

Научная статья

1.3.8. Физика конденсированного состояния (физико-математические науки)

УДК 669.112:539.4:669.539.382

doi: 10.25712/ASTU.1811-1416.2023.03.004

**ФОРМИРОВАНИЕ МИКРО- И НАНОСТРУКТУР ПРИ ЭЛЕКТРОВЗРЫВНОМ
КАРБОБОРИРОВАНИИ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ ПО МЕХАНИЗМУ
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ****Сергей Андреевич Невский^{1†}, Владимир Дмитриевич Сарычев²,
Алексей Юрьевич Грановский³, Людмила Петровна Башенко⁴, Виктор Евгеньевич Громов⁵**^{1, 2, 3, 4, 5} Сибирский государственный индустриальный университет, ул. Кирова, 42, 654007, Новокузнецк, Россия¹ nevskiy.sergei@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-7032-9029>² sarychev_vd@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4861-0778>³ legatokun@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0006-4583-8431>⁴ luda.baschenko@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0003-1878-909X>⁵ gromov@physics.sibsiu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5147-5343>

Аннотация. Проведено исследование формирования микро- и нанокристаллических поверхностных слоев сплавов при воздействии гетерогенных плазменных потоков по механизму возникновения и развития неустойчивости Кельвина-Гельмгольца на примере систем Ti–B и Ti–C–B. Особое внимание уделялось начальной стадии ее развития, когда возмущения границы раздела сред считались синусоидальными. Течение первой и второй среды считались вязко-потенциальными. Из дисперсионного уравнения возмущений границы раздела сред была получена зависимость скорости роста возмущений от волнового числа. Ее анализ показал, что в плоскости параметров (ϵ , m) существует восемь областей, в которых она может быть аппроксимирована приближенными зависимостями: α_{I-IV} , α'_{I-IV} . Из данных зависимостей получены связи волнового числа, на которое приходится максимум скорости роста возмущений и характеристик материала, параметров внешнего воздействия. Показано, что в зависимости от поперечной скорости второго слоя, соотношения вязкостей и плотностей слоев относительные погрешности этих приближений составляют 1–12 %. Максимумы скорости роста возмущений поверхности раздела сред делятся на два типа: гидродинамический и вязкостно-обусловленный. Гидродинамический максимум, который возникает вследствие взаимного скольжения слоев, существует во всех областях на плоскости параметров (ϵ , m). Вязкостно-обусловленный максимум возникает в областях II и III при условии $m > 0,4767$, а также в II' и III' при $m < 0,4767$. В области I при условии $m > 4\sqrt{\epsilon}/(1+2\epsilon)$ гидродинамический и вязкостно-обусловленный максимум существуют одновременно. Полученные результаты были применены для процессов электровзрывного борирования и карбоборирования титана. Установлено, что на границе раздела титана и бора выполняется приближенная аналитическая зависимость $x_{12m} = 2/3 - \left(8(6\epsilon - \sqrt{\epsilon(27-12\epsilon)})/9(16\epsilon - 9)\right)$ с погрешностью 1 %, а максимум имеет гидродинамическое происхождение. Это же приближение выполняется и в случае карбоборирования на границе раздела «плазма/расплав».

Ключевые слова: дисперсионное уравнение, неустойчивость Кельвина-Гельмгольца, коротковолновое приближение, титан, карбоборирование.

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 22-79-10229). Ссылка на информацию о проекте: <https://rscf.ru/project/22-79-10229>.

Для цитирования: Невский С.А., Сарычев В.Д., Грановский А.Ю., Башенко Л.П., Громов В.Е. Формирование микро- и наноструктур при электровзрывном карбоборировании титановых сплавов по механизму гидродинамических неустойчивостей // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. 2023. Т. 20, № 3. С. 317–328. doi: 10.25712/ASTU.1811-1416.2023.03.004.

Original article

FORMATION OF MICRO- AND NANO- IN ELECTROEXPLOSIVE CARBOBORIZATION OF TITANIUM ALLOYS BY THE MECHANISM HYDRODYNAMIC INSTABILITIES

Sergey A. Nevskii^{1†}, Vladimir D. Sarychev², Alexey Yu. Granovsky³,
Lyudmila P. Bashchenko⁴, Victor E. Gromov⁵

^{1, 2, 3, 4, 5} Siberian State Industrial University, Kirov Str., 42, Novokuznetsk, 654007, Russia

¹nevskiy.sergei@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-7032-9029>

²sarychev_vd@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4861-0778>

³legatokun@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0006-4583-8431>

⁴luda.baschenko@gmail.com, <http://orcid.org/0000-0003-1878-909X>

⁵gromov@physics.sibsiu.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5147-5343>

Abstract. A study of the formation of micro- and nanocrystalline surface layers of alloys under the action of heterogeneous plasma flows according to the mechanism of occurrence and development of Kelvin-Helmholtz instability on the example of Ti–B and Ti–C–B systems was carried out. Special attention was paid to the initial stage of its development, when the disturbances of the interface were considered sinusoidal. The course of the first and second environments were considered visco-potential. The dependence of the growth rate of perturbations on the wave number was obtained from the dispersion equation of perturbations of the interface of media. Its analysis showed that in the parameter plane (ε , m) there are eight regions in which it can be approximated by approximate dependencies: α_{I-IV} , α'_{I-IV} . From these dependencies, the relationships of the wave number, which accounts for the maximum of the growth rate of disturbances and the characteristics of the material, the parameters of external influence, are obtained. It is shown that, depending on the transverse velocity of the second layer, the ratio of viscosities and densities of layers, the relative errors of these approximations are 1-12 %. The maxima of the growth rate of disturbances at the interface of the media are divided into two types: hydrodynamic and viscosity-conditioned. The hydrodynamic maximum, which arises due to the mutual sliding of the layers, exists in all regions on the parameter plane (ε , m). The viscosity-conditioned maximum occurs in regions II and III under the condition $m > 0.4767$, as well as in II' and III' at $m < 0.4767$. In region I on condition $m > 4\sqrt{\varepsilon}/(1+2\varepsilon)$, the hydrodynamic and viscosity-conditioned maximum exist simultaneously. The results obtained were applied to the processes of electro-explosive boron and carboboration of titanium. It is established that an approximate analytical dependence $x_{12m} = 2/3 - \left(8 \left(6\varepsilon - \sqrt{\varepsilon(27-12\varepsilon)}\right) / 9(16\varepsilon - 9)\right)$ with an error of 1 % is performed at the interface of titanium and boron, and the maximum has a hydrodynamic origin. The same approximation is also performed in the case of carboboration at the plasma/melt interface.

Keywords: dispersion equation, Kelvin-Helmholtz instability, short wave approximation, titanium, carboboration.

Acknowledgements: The research was financially supported by the grant Russian Scientific Foundation (No. 22-79-10229). Link to information about the project: <https://rscf.ru/project/22-79-10229>.

For citation: Nevskii, S. A., Sarychev, V. D., Granovsky, A. Yu., Bashchenko, L. P. & Gromov, V. E. (2023). Formation of micro- and nano- in electroexplosive carboboration of titanium alloys by the mechanism hydrodynamic instabilities. *Fundamental'nye problemy sovremennogo materialovedeniya (Basic Problems of Material Science (BPMS))*, 20(3), 317–328. (In Russ.). doi: 10.25712/ASTU.1811-1416.2023.03.004.

Введение

Поверхностное легирование металлических материалов с использованием электрического взрыва проводников приводит к многократному повышению их физико-механических свойств, таких как твердость, износостойкость [1, 2]. Особенно это относится к сплавам на основе титана, которые обладают низкой износостойкостью, высокой склонностью к налипанию, большим коэффициентом трения в паре практически со всеми материалами [3]. К на-

стоящему времени достоверно установлено, что электровзрывное легирование титана углеродом и бором приводит к формированию многослойной структуры, имеющей градиентный характер [4]. Она включает в себя многофазное покрытие (α -титан, β -титан, графит, частицы бориды TiB и карбида TiC титана). Под данным покрытием располагается слой жидкофазного легирования, структура которого представлена ячейками высокоскоростной кристаллизации размерами порядка 100 нм и закономерным образом зависит от расстояния до поверхности

обработки [4, 5]. На границе раздела поверхностного и переходного слоев выявлено формирование тонкого промежуточного слоя, обладающего структурой ячеистой (размеры ячеек 150-300 нм) и дендритной кристаллизации, на границах которой располагаются наноразмерные частицы карбида титана [5].

Полученные данные свидетельствуют о том, что взаимодействие плазменного потока с поверхностью титанового сплава носит сложный и многофакторный характер. При воздействии плазмы на обрабатываемое изделие происходят расплавление поверхностного слоя, воздействие ударной волны, внедрение конденсированных частиц взрываемого проводника и последующая высокоскоростная кристаллизация. В расплавленных слоях при различных условиях возникают разного рода гидродинамические неустойчивости, которые приводят к образованию вихрей. Эти вихри являются предвестниками образования градиентной структуры [6].

Среди гидродинамических неустойчивостей, протекающих в жидких слоях, особую роль играет неустойчивость Кельвина-Гельмгольца. Она является мощным триггером, вызывающим нестабильность и турбулентность: либо внутри одной жидкости посредством сдвига скорости, либо вдоль границы раздела нескольких жидкостей [7-9]. Для выявления условий ее возникновения в микро- и нанодиапазоне длин волн целесообразно рассмотреть начальную стадию, когда колебания границы раздела «плазма/расплав» можно считать синусоидальными. Анализ этой стадии покажет, возмущения с какой длиной волны (волновым числом) будут иметь наибольшую вероятность образования. Для ответа на этот вопрос необходимо получить дисперсионное уравнение, из которого найти длину волны (волновое число), при которой будет наблюдаться максимум зависимости скорости роста возмущений от длины волны (волнового числа). Именно эти возмущения будут иметь наибольшую вероятность преобразовываться в вихри, которые, как уже говорилось выше, являются предвестниками образования, микро- и наноструктур при воздействии плазменных потоков и других явлений. Эта задача решена в работах [10, 11] путем численного анализа дисперсионного уравнения и показано, что зависимость скорости роста от длины волны имеет два максимума в микро- и нанодиапазоне, однако условия их проявления существования не найдены.

Целью настоящей работы является поиск условий существования двухмодовой неустойчивости Кельвина-Гельмгольца и, как следствие, появления структуры с бимодальным характером распределения структурных элементов. Для достижения поставленной цели необходимо решить задачу поиска приближенных аналитических зависимостей скорости роста от волнового числа и границ их применимости в плоскости параметров внешнего воздействия и характеристик веществ.

Анализ дисперсионного уравнения

Рассмотрим линейную устойчивость границы раздела между полубесконечными слоями вязких жидкостей. Первая жидкость с плотностью ρ_1 и кинематической вязкостью ν_1 является неподвижной. Вторая жидкость с плотностью ρ_2 и кинематической вязкостью ν_2 движется в продольном направлении со скоростью u_0 . Возмущения будем представлять в виде пропорциональном $\exp(\omega t - ikx)$, где $\omega = \alpha + i\Omega$ – комплексная циклическая частота; k – волновое число; x – координата; t – время; α – скорость роста; Ω – циклическая частота колебаний границы раздела. Такое представление является оправданным, если амплитуда колебаний границы раздела много меньше поперечного размера слоев. Неустойчивость наступает тогда в случае, когда действительная часть циклической комплексной частоты $\text{Re}(\omega) > 0$. Получение дисперсионного уравнения и его анализ для данного случая является сложной и нетривиальной задачей [12, 13], так как необходимо знать формы профилей скоростей в жидкостях. Для параболического профиля аналитическое решение дисперсионного уравнения невозможно [13]. Поэтому прибегают к приближениям различного рода. Одним из наиболее интересных приближений является вязко-потенциальное [14, 15]. Согласно данному приближению, сдвиговые напряжения на границе раздела жидкостей отсутствуют, а вязкость учитывается только в уравнении баланса нормальных напряжений, так как волны на поверхности раздела индуцируются данными напряжениями [14]. Решение уравнений Навье-Стокса для каждого слоя, занимаемого жидкостью, проводится с учетом только потенциальной составляющей вектора скорости. Дисперсионное уравнение, полученное в работах [14, 15-17], имеет вид:

$$\omega^2 + 2\omega(a - ib) + c - ic_1 = 0; \quad a = \frac{(v_1 + \mu v_2)k^2}{(1 + \mu)}; \quad b = \frac{\mu k u_0}{1 + \mu}; \quad c = \frac{\omega_0^2 - k^2 u_0^2 \mu}{1 + \mu}; \quad c_1 = \frac{2u_0 k^3 \mu v_2}{(1 + \mu)}, \quad (1)$$

где $\omega_0 = \sigma_0 k^3 / R_1$, σ_0 – межфазное поверхностное натяжение; $\mu = \rho_2 / \rho_1$. Отметим, что дисперсионное уравнение (2) в случае v_2 , равным нулю, совпадает с дисперсионным уравнением, полученным в работах [11, 16] с использованием приближения коротких волн. Решения (1) имеют вид:

$$\omega_{1,2} = -a + ib \pm \sqrt{a^2 - b^2 - c + i(c_1 - 2ab)}. \quad (2)$$

Действительная часть (2) будет определять скорость роста возмущений поверхности раздела. Отделяя ее и выбирая такие решения (2), которые удовлетворяют условию $\text{Re}(\omega) > 0$, получим:

$$\alpha = -a + \sqrt{(\delta + \sqrt{\delta^2 + 4\delta_1^2})ab / 2}, \quad (3)$$

где $\delta = \frac{a^2 - b^2 - c}{ab}$, $\delta_1 = 1 - \frac{c_1}{2ab}$. Для удобства дальнейшего анализа, также как и в работе [18], введем безразмерные переменные $\tilde{x} = k/k_0$,

$\tilde{\alpha} = \alpha/\alpha_0$, где $k_0 = \frac{\mu \rho_1 u_0^2}{\sigma_0(1 + \mu)}$, $\alpha_0 = \frac{\rho_1 u_0^3 \mu^{3/2}}{(1 + \mu)^2 \sigma_0}$. В

результате зависимость (3) примет вид:

$$\alpha = x \sqrt{\frac{f(x) + \sqrt{f(x)^2 + g(x)^2}}{2}} - x^2 \sqrt{\varepsilon}, \quad (4)$$

где $m = 2 \frac{1 - v}{1 + \mu v} \sqrt{\varepsilon \mu}$, $\varepsilon = \mu \left(\frac{\rho_1 v_1 u_0 (1 + \mu v)}{\sigma_0 (1 + \mu)} \right)^2$,

$g(x) = mx$, $f(x) = \varepsilon x^2 - x + 1$, $v = v_2/v_1$ – соотношение кинематических вязкостей. Здесь и далее знак « \sim » будем опускать. Функция (4) обращается в нуль при $x_0 = 1 + m^2 / 4\varepsilon$. Это предельное волновое число, при котором еще реализуется неустойчивость. Для определения условий существования одного или двух максимумов уравнения (4) необходимо получение аналитической зависимости волнового числа, на которое приходится его максимум, от характеристик материала и параметров внешнего воздействия. Это является нетривиальной задачей. Поиск нулей производной (4) по x в общем случае приводит к алгебраическому уравнению 9-й степени, решение которого возможно только численными методами. Поэтому прибегнем к поиску приближенных зависимостей α от x . Для этого воспользуемся предложенным в работе [18] подходом, основанным на изучении

взаимного расположения функций $f(x)$, $|f(x)|$ и $g(x)$.

На рис.1 представлены возможные варианты этого расположения. Они зависят от значения ε и знака m , определяемого соотношением кинематических вязкостей. Если ε находится в интервале от 0 до 1/4, то уравнение $f(x) = 0$ имеет действительные корни в точках $x_{1,2} = (1 \pm \sqrt{1 - 4\varepsilon}) / 2\varepsilon$, и реализуются ситуации, представленные на рис.1а-б. Если $\varepsilon > 1/4$, то $f(x) > 0$, тогда реализуются ситуации на рис.1в-г.

Функции $g(x)$ и $|f(x)|$ пересекаются в точках

$$x_{m1,2} = \frac{1 - m \pm \sqrt{(1 - m)^2 - 4\varepsilon}}{2\varepsilon}, \quad \text{а } g(x) \text{ и } f(x) \text{ в точках}$$

$$x_{p1,2} = \frac{1 + m \pm \sqrt{(1 + m)^2 - 4\varepsilon}}{2\varepsilon}. \quad \text{Условие касания}$$

прямой $g(x)$ параболы $-f(x)$ имеет вид:

$$\varepsilon_1(m) = (1 - m)^2 / 4. \quad (5)$$

При $\varepsilon > 1/4$ (или $m < 0$) условие касания прямой $g(x)$ параболы $f(x)$ имеет вид:

$$\varepsilon_2(m) = (1 + m)^2 / 4. \quad (6)$$

Графики зависимостей (5) и (6) представлены на рис.2, где область I – $0 < \varepsilon < \varepsilon_1(m)$; область I' – $0 < \varepsilon < \varepsilon_2(m)$; область II – $\varepsilon_1(m) < \varepsilon < 0,25$; область II' – $\varepsilon_2(m) < \varepsilon < 0,25$; область III – $0,25 < \varepsilon < \varepsilon_2(m)$; область III' – $0,25 < \varepsilon < \varepsilon_1(m)$; область IV – $\varepsilon > \varepsilon_2(m)$; область IV' – $\varepsilon > \varepsilon_1(m)$. Из данного рисунка следует, что существует восемь областей, в которых зависимость скорости роста от волнового числа (4) можно заменить различными приближениями. Из этих приближенных зависимостей будут определены волновые числа, на которые приходятся их максимумы.

Области I и I'

В области I (рис.1а) функция $g(x)$ пересекает график функции $|f(x)|$ в точках x_{p1} , x_{m1} , x_{m2} , x_{p2} . Если $0 < x < x_{p1}$, то $g(x) < |f(x)|$ и (5) можно заменить следующим приближением:

$$\alpha_{12} = x \sqrt{f(x)} - x^2 \sqrt{\varepsilon}. \quad (7)$$

В интервале $x_{p1} < x < x_{m1}$ справедлива функция $g(x) > |f(x)|$, тогда (4) можно аппроксимировать следующим уравнением:

$$\alpha_{22} = x \sqrt{g(x)} (1 + f(x) / 2g(x)) - x^2 \sqrt{\varepsilon}. \quad (8)$$

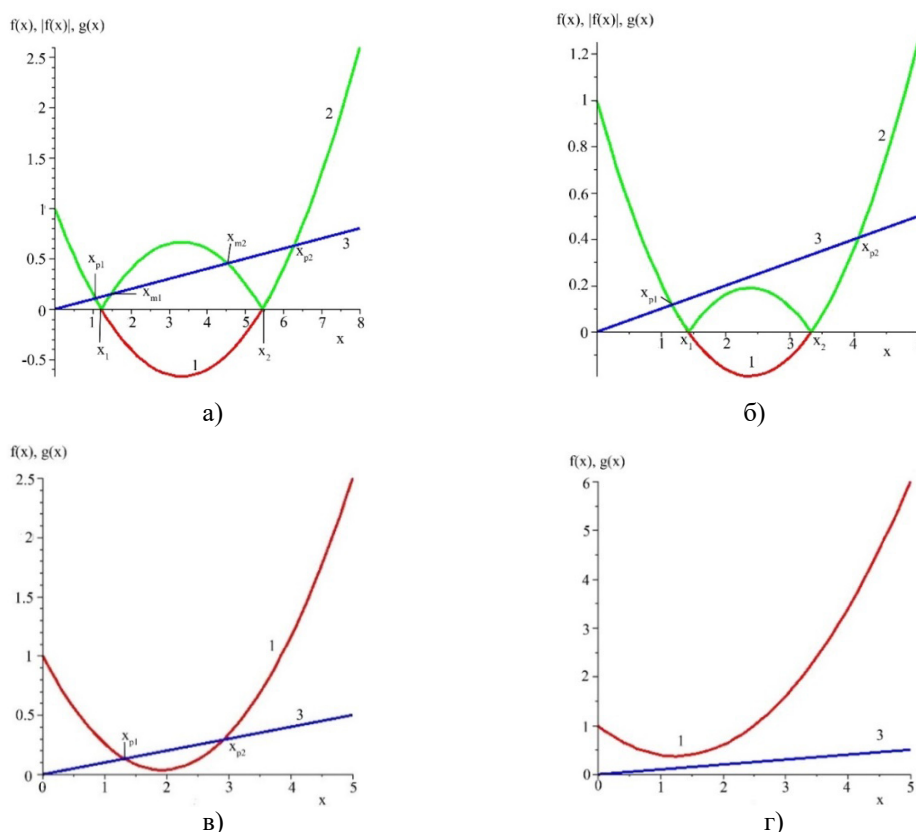


Рис.1. Взаимное расположение функций $f(x)$, $|f(x)|$ и $g(x)$ при $0 < \varepsilon < 1/4$ (а – б) и при $\varepsilon > 1/4$ (в – г):
1 – $f(x)$; 2 – $|f(x)|$; 3 – $g(x)$

Fig.1. The relative position of the functions $f(x)$, $|f(x)|$ and $g(x)$ at $0 < \varepsilon < 1/4$ ((a – г) and at $\varepsilon > 1/4$ (д – ж):
1 – $f(x)$; 2 – $|f(x)|$; 3 – $g(x)$

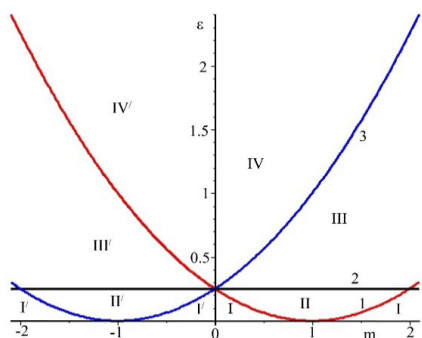


Рис.2. Зависимости ε от m :
1 – кривая (6); 2 – $\varepsilon = 1/4$; 3 – кривая (7)

Fig.2. Dependences of ε on m :
1 – curve (6); 2 – $\varepsilon = 1/4$; 3 – curve (7)

В интервале $x_{m1} < x < x_{m2}$ уравнение (4) аппроксимируется с помощью функции

$$\alpha_{11}(x) = xg(x) / (2\sqrt{|f(x)|}) - x^2\sqrt{\varepsilon}. \quad (9)$$

В интервале $x_{m2} < x < x_{p2}$ уравнение (4) аппроксимируется (9), а в интервале $x > x_{p2}$ урав-

нением (7). Таким образом, аппроксимирующая функция будет иметь вид:

$$\alpha_I = \begin{cases} \alpha_{12}(x); & 0 < x < x_{p1}, |f| > g, f > 0; \\ \alpha_{22}(x); & x_{p1} < x < x_{m1}, |f| < g; \\ \alpha_{11}(x); & x_{m1} < x < x_{m2}, |f| > g, f > 0; \\ \alpha_{22}(x); & x_{m2} < x < x_{p2}, |f| < g; \\ \alpha_{12}(x); & x > x_{p2}, |f| > g, f > 0. \end{cases} \quad (10)$$

Данные зависимости представлены рис.3а. Функция (4) имеет два максимума: первый максимум аппроксимируется функцией (7), а второй – функцией (9). В области I' функция $g(x)$ пересекает $f(x)$ в точках x_{p1} и x_{p2} . Если $0 < x < x_{p1}$, то $g(x) < f(x)$ и функцию (4) можно заменить приближением (7), а в интервале $x_{p1} < x < x_{p2}$ – $g(x) > f(x)$ приближение (8) не применимо, так как $m < 0$. Тогда $g(x)$ необходимо заменить на $|g(x)|$. Приближенная зависимость скорости роста от волнового числа будет иметь вид:

$$\bar{\alpha}_{22} = x\sqrt{|g(x)|} \left(1 - \frac{f(x)}{2g(x)} \right) - x^2\sqrt{\varepsilon}. \quad (11)$$

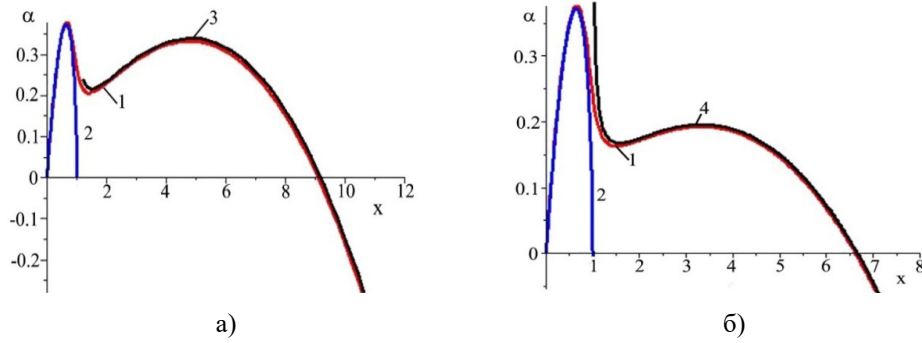


Рис.3. Зависимости безразмерной скорости роста возмущений от безразмерного волнового числа при условиях: а – $0 < \varepsilon < \varepsilon_1(m); m > 0$; б – $0 < \varepsilon < \varepsilon_2(m); m < 0$; 1 – зависимость (4); 2 – зависимость $\alpha_{12}(x)$; 3 – зависимость $\alpha_{11}(x)$; 4 – зависимость $\bar{\alpha}_{11}(x)$

Fig.3. Dependences of the dimensionless growth rate of disturbances on the dimensionless wave number under the conditions: а – $0 < \varepsilon < \varepsilon_1(m); m > 0$; б – $0 < \varepsilon < \varepsilon_2(m); m < 0$; 1 dependence (4); 2 – dependence $\alpha_{12}(x)$; 3 – dependence $\alpha_{11}(x)$; 4 – dependence $\bar{\alpha}_{11}(x)$

Тогда аппроксимирующая функция будет иметь вид:

$$\alpha_{I'} = \begin{cases} \alpha_{12}(x); & 0 < x < x_{p1}, f > g \\ \bar{\alpha}_{22}(x); & x_{p1} < x < x_{p2}, f < g; \\ \alpha_{12}(x); & x > x_{p2}, f > g. \end{cases} \quad (12)$$

Проверка с помощью уравнения (4) показывает, что при $m = -0,39$ и $\varepsilon = 0,01$ зависимость скорости роста от волнового числа имеет два максимума (рис.3б), а уравнение (12) может спрогнозировать значение первого максимума и минимума функции (4). Для нахождения аппроксимирующей функции, которая соответствует второму максимуму, заменим в (9) $f(x)$ на $|f(x)|$. Эта замена приводит к случаю, рассмотренному выше. С учетом вышеуказанных фактов зависимость (12) будет иметь такой же вид, как и (10), только $g(x)$ необходимо заменить на $|g(x)|$. На рис.3б показано, что также как и в случае области I второй максимум (4) аппроксимируется функцией (14). Отметим, что при $m > 1$ или при $m < -1$ значения $x_{p1}, x_{m1}, x_{m2}, x_{p2}$ меньше нуля и эти приближения неприменимы.

Области II и II'

Функция $g(x)$ пересекает $|f(x)|$ в области II только в двух точках x_{p1} и x_{p2} (рис.1б). Приближенная зависимость α от x в данном случае может быть представлена в виде:

$$\alpha_{II} = \begin{cases} \alpha_{12}(x); & 0 < x < x_{p1}, |f| > g, f > 0, \\ \alpha_{22}(x); & x_{p1} < x < x_{p2}, |f| < g, \\ \alpha_{12}(x); & x > x_{p2}, |f| > g, f > 0. \end{cases} \quad (13)$$

В области II' функции $g(x)$ и $f(x)$ не пересекаются (рис.1 г), тогда зависимость (4) может быть приближена функцией α_{12} .

Области III и III'

Функция $f(x)$ в этих областях больше нуля (рис.1в) и не имеет точек пересечения с осью абсцисс. В области III она пересекается с функцией $g(x)$ в точках x_{p1} и x_{p2} . Тогда уравнение (4) аппроксимируется функцией (13), только $|f(x)|$ необходимо заменить на $f(x)$:

$$\alpha_{III} = \begin{cases} \alpha_{12}(x); & 0 < x < x_{p1}, f > g, f > 0, \\ \alpha_{22}(x); & x_{p1} < x < x_{p2}, f < g, \\ \alpha_{12}(x); & x > x_{p2}, f > g, f > 0. \end{cases} \quad (14)$$

В области III' функция $g(x)$ не имеет точек пересечения с функцией $f(x)$, а ее модуль $|g(x)|$ пересекает $f(x)$ в точках

$$x'_{p1,2} = \left(1 - m \pm \sqrt{(1 - m)^2 - 4\varepsilon} \right) / 2\varepsilon.$$

В этом случае уравнение (4) аппроксимируется следующей функцией (14), только $\alpha_{22}(x)$ заменяется на $\bar{\alpha}_{22}(x)$, а $x_{p1,2}$ на $x'_{p1,2}$.

Области IV и IV'

В областях IV и IV' функции $f(x)$, $g(x)$ и $|g(x)|$ не пересекаются (рис.1г). Функция (4) аппроксимируется функцией (7). Заметим, что при больших значениях $\varepsilon \sim 10^8 \div 10^{10}$ приближение (7) также является применимым.

Поиск зависимостей x_{ijm} от характеристик материала и параметров внешнего воздействия

Зависимость (7)

Перейдем к нахождению приближенных аналитических зависимостей волнового числа, при которых наблюдаются максимумы зависимостей от параметров внешнего воздействия и

характеристик материала в областях I и IV. Для этого сначала найдем максимум функции (7). Если $\varepsilon = 0$, то функция примет вид: $\alpha_{12} = x\sqrt{1-x}$, а ее максимум будет приходиться на волновое число $x_m = 2/3$. Учет вязкости приводит к тому, что для нахождения нулей производной (7) необходимо воспользоваться уравнением: $8\varepsilon x^3 - (3x - 2)^2 = 0$. При $\varepsilon > 1/4$ это уравнение имеет один действительный корень, соответствующий максимуму $\alpha_{12}(x)$. Для нахождения его приближенного значения подставим в него выражение $x = (2/3) - \Delta x$ (где Δx – малая поправка) и разложим в ряд по Δx . Отбрасывая члены высокого порядка малости, получим:

$$x_{12_m} = \frac{2}{3} - \frac{8}{9} \left(\frac{6\varepsilon - \sqrt{\varepsilon(27 - 12\varepsilon)}}{16\varepsilon - 9} \right). \quad (15)$$

При $m = 0,1$ и $\varepsilon = 0,8$ (область IV) значение x_{12_m} равно 0,4166, тогда как максимум (4) при-

$$m < (32\varepsilon^2 - 84\varepsilon + 27) / 3(16\varepsilon - 9) + (50\varepsilon - 64\varepsilon^2 - 243) / (6(24\varepsilon - 25 + 4\sqrt{\varepsilon(27 - 12\varepsilon)})). \quad (16)$$

При $\varepsilon \gg 1$ производную (α'_{12} необходимо разложить в ряд по большим значениям ε и ограничиться только первыми членами разложе-

$$x_{12_m} = \left(1/4\varepsilon + \sqrt{3(2 + 27\varepsilon) / 256\varepsilon^3} \right)^{1/3} + \left(1/4\varepsilon - \sqrt{3(2 + 27\varepsilon) / 256\varepsilon^3} \right)^{1/3}. \quad (17)$$

При $\varepsilon = 10^4$ значение x_{12_m} равно 0,037, тогда как максимум (4) приходится на волновое число $x_m = 0,035$. Относительная погрешность составляет 6 %.

Зависимость (9)

Функция (9), как показывает рис. 3, аппроксимирует участок зависимости (4), соответствующий второму вязкостно-обусловленному максимуму. Найдем условие его существования. Продифференцируем $\alpha_{11}(x)$ и приравняем производную к нулю. В итоге получим:

$$\frac{2\varepsilon x^2 - 3x + 4}{(-\varepsilon x^2 + x - 1)^{3/2}} + \beta = 0, \quad (18)$$

где $\beta = 8\sqrt{\varepsilon} / m$. Уравнение (18) сводится к уравнению шестой степени относительно x с двумя параметрами ε и β , исследование которого трудоемко. Рассмотрим другой подход, основанный на однопараметрическом исследовании первого слагаемого уравнения (18). Для

ходится на волновое число $x_m = 0,4301$. Относительная погрешность приближения (15) составляет 3 %. Этот максимум является гидродинамическим, так как при исчезающей вязкости он совпадает с максимумом скорости роста возмущений поверхности идеальной жидкости. Приближение (15) адекватно и в случае $\varepsilon < 1/4$, например, при $\varepsilon = 0,2$ и $m = 0,01$ (область I на рис.2) значение x_{12_m} составляет 0,5106, тогда как максимум (4) приходится на волновое число 0,5121. Относительная погрешность составляет 0,3 %. Таким образом, следует заключить, что максимум функции (7) обусловлен взаимным скольжением слоев. Вязкость вносит лишь незначительную поправку в значение x_{12_m} . Приближение (15) сохраняет свою адекватность и в областях I' и IV' (рис.3б). Оно позволяет с помощью неравенств $0 < x < x_{p_1}$ и $x > x_{p_2}$ определить область в плоскости параметров (ε, m) , где реализуется этот максимум:

Тогда приближенное значение будет иметь вид:

этого рассмотрим функцию, заданную на прямоугольнике $[x_{m_1}, x_{m_2}] \times [0, 0,25]$:

$$F(x, \varepsilon) = \frac{-2\varepsilon x^2 + 3x - 4}{(-\varepsilon x^2 + x - 1)^{3/2}}. \quad (19)$$

Ее анализ показал, что при $\varepsilon = 0,01$ и в интервале $0,75 < F < 2,05$ решение уравнения (18) содержит три корня, соответствующие первому максимуму, минимуму и второму максимуму.

Таким образом, задача определения границы в области параметров, отделяющей области, где существует один и три корня, сводится к параметрическому анализу зависимости $F(x, \varepsilon)$. Дифференцирование зависимости (19) по x и последующие преобразования приводят к следующему:

$$4\varepsilon^2 x^3 - 10\varepsilon x^2 + 16\varepsilon x + 3x - 6 = 0. \quad (20)$$

Корни уравнения (20) можно записать в виде разложения:

$$x_{01} = 2 + \frac{8}{3}\varepsilon + O(\varepsilon^2), \quad x_{02} = \frac{0,3486}{\varepsilon} - 0,168 + 1,085\varepsilon + O(\varepsilon^2), \quad x_{03} = \frac{2,1514}{\varepsilon} - 1,832 - 3,751\varepsilon + O(\varepsilon^2). \quad (21)$$

Это позволяет вычислить $\beta_i = F(x_i, \varepsilon)$:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 2 + 4\varepsilon; \quad \beta_2 = 7,42\varepsilon^{1/2} + 12,041\varepsilon^{3/2}; \\ \beta_3 &= 0,057\varepsilon^{3/2} + 0,134\varepsilon^{5/2}. \end{aligned} \quad (22)$$

Так как корень $x_{03} > x_0$, то значение β_3 не принимаем во внимание. Тогда (22) примет вид:

$$m_1 = \frac{4\sqrt{\varepsilon}}{1+2\varepsilon}, \quad m_2 = \frac{8\sqrt{\varepsilon}}{7,42\varepsilon^{1/2} + 12,041\varepsilon^{3/2}}. \quad (23)$$

Как уже говорилось выше, кривая (5) является верхним ограничением для приближения α_{11} . Сравнение второго уравнения (23) и (5) показало, что кривая m_2 лежит выше кривой (5) и не может служить критерием перехода от одномодовой зависимости $\alpha(x)$ к двухмодовой. Кривая m_1 напротив, является границей области совместного существования гидродинамического и вязкостно-обусловленного максимума. Для поиска приближенного значения волнового числа, которое соответствует второму максимуму, заменим функцию (19) приближенным выражением:

$$F(x) = \beta_2 + \frac{(\beta_1 - \beta_2)(x - x_{02})^6}{(x_{01} - x_{02})^6}, \quad (24)$$

где x_{01} , x_{02} – нули функции (19). В интервале $x_{01} \leq x \leq x_{02}$ уравнение (18) примет вид:

$$\beta = \beta_2 + F(x). \quad (25)$$

Решение имеет вид:

$$x_{11\max} = (x_{02} - x_{01})\sqrt[6]{\frac{\beta - \beta_2}{\beta_2 - \beta_1}} + x_{02}. \quad (26)$$

Данное решение соответствует максимуму зависимости $\alpha_{11}(x)$. При $\varepsilon = 0,01$ и $m = 0,5$ значение $x_{11\max} = 4,2295$, тогда как второй максимум (4) наблюдается при $x_m = 3,7573$. Относительная погрешность приближения (30) составляет 12,57 %. Алгоритм поиска максимума (9) при $m < 0$ аналогичный. Условие одновременного существования гидродинамического и вязкостно-обусловленного максимума имеет

вид: $m_1 < -(4\sqrt{\varepsilon})/(1+2\varepsilon)$. Приближенное значение максимума также описывается выражением (26).

Зависимость (8)

Проанализируем области II ($\varepsilon_1(m) < \varepsilon < 0,25$) и III ($0,25 < \varepsilon < \varepsilon_2(m)$). Как указывалось выше, в них приближенная зависимость α от x может быть представлена в виде (15). Сначала рассмотрим область III. В этом случае зависимость (8) примет вид:

$$\alpha_{22} \approx x\sqrt{g(x)/2}(1 + (\delta f(x)/2g(x)) - x^2\sqrt{\varepsilon}), \quad (27)$$

здесь δ – параметр, введенный для удобства расчетов. Для корня производной $d\alpha_2/dx = 0$ получим уравнение:

$$\begin{aligned} \delta(5\varepsilon x^2 - 3x + 1) &= T(x), \\ T(x) &= -6mx + 8x^{3/2}\sqrt{2\varepsilon m}; \end{aligned} \quad (28)$$

Решение (28) при $\delta = 0$ имеет вид:

$x_{02m} = 9m/32\varepsilon$. Аппроксимируем функцию $T(x)$ рядом Тейлора вблизи x_{02m} , тогда:

$$\begin{aligned} T(x) &= k_1(x - x_{02m}) + k_2(x - x_{02m})^2/2 + \dots; \\ k_1 &= 3m, \quad k_2 = 16\varepsilon. \end{aligned} \quad (29)$$

Ограничимся первыми двумя слагаемыми в зависимости (29), тогда (28) преобразуется к виду ($\delta = 1$):

$$\varepsilon x^2 - (0,5m - 1) - 9m^2/128\varepsilon - 1/3. \quad (30)$$

Его положительный корень имеет вид:

$$\begin{aligned} x_{22m} &= ((m - 2) + \\ &+ \sqrt{(m - 2)^2 + 1,125m^2 + 16\varepsilon/3})/4\varepsilon. \end{aligned} \quad (31)$$

Выражение (31) является важным, так как, во-первых, позволяет заключить, что единственный максимум в зависимости $\alpha_{22}(x)$ является вязкостно-обусловленным, и, во-вторых, даёт возможность решить аналитически неравенства $x_{p_1} < x_{22m}$ и $x_{22m} < x_{m_1}$ ($x_{22m} > x_{m_2}$ и $x_{22m} < x_{p_2}$), что определит область в плоскости параметров (ε, m) , где реализуется этот максимум. Решение данных неравенств имеет вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_4 < \varepsilon < \varepsilon_5; \quad \varepsilon_4 &= (3/64 - 9/256)\sqrt{64 - 32m + 58m^2} - (3/8)(1 - m) - (63/512)m^2; \\ \varepsilon_5 &= \left[33m^2 + 192(m - 1) \right] / 512 + \left[3(m + 4)\sqrt{154m^2 - 160m + 64} \right] / 256. \end{aligned} \quad (32)$$

В области $\varepsilon \geq 0,25$, используя (27), получим, что для параметра m выполняется неравенство $m \geq 0,749$. Подставляя в уравнение (31) $\varepsilon = 0,28$ и $m = 0,8$, получим $x_{2m} = 0,6352$, тогда как максимум функции (4) приходится на волновое число $0,6245$, что составляет $1,7\%$. Приближение (31) выполняется и в области II ($\varepsilon_1(m) < \varepsilon < 0,25$), при $m \geq 0,4767$. Действительно, если подставить $\varepsilon = 0,07$ и $m = 0,5$, то $x_{2m} = 0,7296$, а максимум (4) приходится на волновое число $0,6557$, что составляет $10,1\%$.

$$x_{22m} = -(m/2 + 1) + \sqrt{(m/2 + 1)^2 - 9m^2/32 - 4\varepsilon/3} / 2\varepsilon. \quad (33)$$

Условие существования данного максимума будет иметь вид:

$$\varepsilon < \varepsilon_5; \quad \varepsilon_5 = [33m^2 - 192(m + 1)] / 512 + [3(4 - m)\sqrt{154m^2 + 160m + 64}] / 256. \quad (34)$$

Неравенство (34) выполняется в области II' при условии $m < -0,4767$, а в области III' – при $m < -0,749$.

Таким образом, решена задача нахождения приближенных аналитических зависимостей волнового числа, на которое приходится максимум скорости роста возмущений от параметров внешнего воздействия и характеристик материала, найдены границы их применимости.

Условия формирования микро и наноструктур при электровзрывной обработке по механизму неустойчивости Кельвина-Гельмгольца

Применим результаты, полученные в предыдущем разделе, к образованию микро и наноструктур в титановом сплаве, подвергнутом электровзрывному легированию углеродом и бором. В таблице 1 представлены параметры материала подложки и взрывааемых проводников (плотность ρ , кинематическая вязкость ν , поверхностное натяжение σ).

Таблица 1. Физические характеристики материалов [19-22]

Table 1. Physical characteristics of materials

Характеристика	Ti	C	B
ρ , кг/м ³	4120	1200	2468
$\nu \cdot 10^{-7}$, м ² /с	10,7	–	10,5
σ , Н/м	1,402	0,34	1,2

В таблице 2 приведен режим обработки, при котором получена градиентная структура.

Следует заметить, что хорошее согласие со значением волнового числа, на которое приходится максимум (4), в данной области наблюдается при $\varepsilon > \varepsilon_4(m)$. Если подставить $\varepsilon = 0,2$ и $m = 0,5$, то $x_{2m} = 0,496$, а $x_m = 0,5617$, что составляет $13,2\%$.

Аналогичный вывод проводится и для областей II' и III'. Приближенная аналитическая зависимость x_{22m} от параметров задачи будет иметь вид:

Таблица 2. Режимы электровзрывного легирования [23]

Table 2. Modes of electro-explosive alloying [23]

Параметр, единица измерения	Значение
Емкость конденсаторной батареи, мкФ	1008
Время импульса, мкс	100
Диаметр сопла, мм	20
Расстояние от сопла до поверхности, мм	20
Зарядное напряжение, кВ	2,2

Сначала рассмотрим процесс электровзрывного борирования титана. По данным таблицы 1 кинематические вязкости титана и бора примерно одинаковы, поэтому их соотношение $\nu \approx 1$. Межфазное поверхностное натяжение составляет $0,202$ Н/м, а $\mu \approx 0,6$. Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца в нанодиапазоне возможна при $u_0 > 36,2$ м/с, а в микродиапазоне при $u_0 > 11,43$ м/с. В этом случае $m = 0$ и будет выполняться приближенная зависимость (7), которая будет иметь один максимум. При $u_0 \sim 40$ м/с $\varepsilon = 0,45$ и будет выполняться приближение (15). Согласно этому $x_{12m} = 0,4593$ ($k_{12m} = 5,62 \cdot 10^6$ м⁻¹), тогда как численное решение уравнения (5) показало, что $x_m = 0,4647$ ($k_{12m} = 5,68 \cdot 10^6$ м⁻¹), то есть относительная погрешность составляет 1% .

Перейдем к изучению электровзрывного карбоборирования титана. Будем рассматривать границу раздела плазмы и расплава титана, легированного углеродом и бором. Считаем, что основное влияние углерода и бора проявляется в изменении поверхностного натяжения титана.

В первом приближении поверхностное натяжение определим по правилу смеси: $\sigma_0 = \alpha_1 \sigma_1 + \alpha_2 \sigma_2 + \alpha_3 \sigma_3$, где α_i и σ_i – относительное содержание i -го компонента и его поверхностное натяжение. Плотность плазмы считаем равной 1 кг/м^3 , вязкость плазмы считаем равной нулю. Соотношение плотностей $\mu = 2,43 \cdot 10^{-4} \ll 1$. Поперечную составляющую скорости определим с помощью решения вспомогательной задачи растекания плазмы по поверхности образца [25]. Для режима обработки, указанного в таблице 2, она составляет $\sim 697 \text{ м/с}$. В этом случае $\varepsilon \approx 0,0023$, а $m \approx 0,001$ (область I на рис.2) и $x_{12_m} = 0,6404$ ($k_{12_m} = 3,11 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$ ($\lambda_{12_m} = 20,2 \text{ мкм}$)). Размеры элементов структуры на поверхности обработки [4, 5] имеют такой же порядок. Таким образом, следует заключить, что представленная модель является адекватной.

Заключение

Изучено формирование микро- и наноструктур в титановом сплаве при воздействии плазмы электрического взрыва углеродного волокна с навеской из порошка бора, на основе представлений о возникновении и развитии неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. Проведено исследование начальной стадии этой неустойчивости для вязко-потенциального течения двух сред, на основе результатов которого сделаны следующие выводы:

1. С помощью предложенного в работе [19] метода анализа зависимости скорости роста возмущений от волнового числа установлено существование в плоскости параметров ε и m восьми областей, в которых зависимость (4) может быть заменена на приближения (10), (12) – (14).

2. Определены приближенные зависимости волнового числа, при котором наблюдается наиболее быстро растущая мода колебаний границы раздела сред от параметров внешнего воздействия и установлены границы их применимости. Показано, что зависимость (15) выполняется во всех областях вне зависимости от знака m . Приближенная зависимость (26) выполняется в областях I и I' при выполнении условия $m > 4\sqrt{\varepsilon} / (1 + 2\varepsilon)$ (область I) или $m < -4\sqrt{\varepsilon} / (1 + 2\varepsilon)$ (область I'). В свою очередь, приближение (37) выполняется в областях II и III, а приближение (33) – в областях II' и III'.

Установлена граница одновременного существования гидродинамического и вязкостно

обусловленного максимума: $m = 4\sqrt{\varepsilon} / (1 + 2\varepsilon)$ (область I) или $m = -4\sqrt{\varepsilon} / (1 + 2\varepsilon)$ (область I').

Список литературы

1. Sneddon S., Xu Ya., Dixon M., Rugg D., Li P., Mulvihill D.M. Sensitivity of material failure to surface roughness: A study on titanium alloys Ti64 and Ti407 // *Materials & Design*. 2021. V. 200. Article 109438.
2. Korobkova A., Kazakbiev A., Zhukova Yu., Sheremetyev V., Dubinskiy S., Filonov M. Surface treatment of bulk and porous materials based on superelastic titanium alloys for medical implants // *Materials Today: Proceedings*. 2017. V. 4, Is. 3. Part B. P. 4664–4669.
3. Bai H., Zhong L., Kang L., Liu J., Zhuang W., Liu Z., Xu Y. A review on wear-resistant coating with high hardness and high toughness on the surface of titanium alloy // *Journal of Alloys and Compounds*. 2021. V. 882. Article 160645.
4. Бащенко Л.П., Иванов Ю.Ф., Будовских Е.А. Модификация структуры поверхностных слоев титана ВТ1-0 при электровзрывном карбоборировании и электронно-пучковой обработке // *Известия вузов. Черная металлургия*. 2013. № 3. С. 68–70.
5. Бащенко Л.П., Райков С.В., Иванов Ю.Ф., Будовских Е.А., Громов В.Е. Структурно-фазовые состояния зоны упрочнения технически чистого титана ВТ1-0 после электровзрывного карбоборирования и электронно-пучковой обработки // *Вестник Тамбов. ун-та. Сер. Естеств. и техн. науки*. 2013. Т. 18, Вып. 4. С. 1719–1720.
6. Reitz R.D. Modeling atomization processes in high-pressure vaporizing sprays // *Atomisation Spray Technology* 1987. V. 3, N 4. P. 309–337.
7. Petrarolo A., Kobald M., Schlechtriem S. Understanding Kelvin-Helmholtz instability in paraffin-based hybrid rocket fuels // *Exp. Fluids*. 2018. V. 59. P. 62.
8. Anna S.L. Droplets and bubbles in microfluidic devices // *Annu. Rev. Fluid Mech*. 2016. V. 48. P. 285–309.
9. Pouryazdan M., Kaus B.J.P., Rack A., Ershov A., Hahn H. Mixing instabilities during shearing of metals // *Nature Communication*. 2017. V. 8. P. 1611-1–1611-6.
10. Li X., Tankin R.S. On the temporal instability of a two-dimensional viscous liquid sheet // *Journal of Fluid Mechanics*. 1991. V. 226. P. 425–443.
11. Granovskii A.Y., Sarychev V.D., Gromov V.E. Model of formation of inner nanolayers in

shear flows of material // *Technical Physics*. 2013. V. 58. P. 1544–1547.

12. Logvinov O.A. Linear Stability of Stratified Flow of Two Viscous Fluids // *Moscow Univ. Mech. Bull.* 2022. V. 77. P. 117–126.

13. Barreras F., Lozano A., Dopazo C. Linear instability analysis of the viscous longitudinal perturbation on an air-blasted liquid sheet // *Atomization and Sprays*. 2001. V. 11. P. 139–154.

14. Funada T., Joseph D.D. Viscous potential flow analysis of Kelvin-Helmholtz instability in a channel // *J. Fluid Mech.* 2001. V. 445. P. 263.

15. Bilgili S., Ugarte O., Akkerman V. Interplay of Kelvin-Helmholtz instability with acoustics in a viscous potential flow // *Physics of Fluids*. 2020. V. 32. Article 084108.

16. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. Ижевск: Издательство «ИКИ», 2016. 708 с.

17. Sarychev V.D., Nevskii S.A., Kormyshev V.E., Yuriev A.A., Gromov V.E. Model of Nanostructural Layer Formation during Long-Term Operation of Rails // *Steel Transl.* 2020. V. 50. P. 665–671.

18. Сарычев В.Д., Невский С.А., Кормышев В.Е., Громов В. Е. Механизм формирования микро- и наноструктурных состояний рельсовой стали при интенсивной пластической деформации // *Деформация и разрушение материалов*. 2022. № 6. С. 20–27.

19. Ниженко В.И., Флока Л.С. Поверхностное натяжение жидких металлов и сплавов. М.: Металлургия, 1981. 208 с.

20. Okada J.T., Ishikawa T., Watanabe Yuki, Paradis P.-F., Watanabe Ya., Kaoru K. Viscosity of liquid boron // *Physical review B*. 2010. V. 81. Article 140201R.

21. Millot F., Rifflet J.C., Sarou-Kanian V., Wille G. High-Temperature Properties of Liquid Boron from Contactless Techniques // *International Journal of Thermophysics*. 2002. V. 23, N 5. P. 1185–1195.

22. Warlimont H., Martienssen W. *Springer Handbook of Materials Data*. Springer, Berlin, 2018. 1140 p.

23. Багаутдинов А.Я., Будовских Е.А., Иванов Ю.Ф., Громов В.Е. Физические основы электровзрывного легирования металлов и сплавов. Новокузнецк: Изд-во СибГИУ, 2007. 131 с.

Информация об авторах

С. А. Невский – доктор технических наук, доцент кафедры естественнонаучных дисциплин им. проф. В.М. Финкеля Сибирского государственного индустриального университета.

В. Д. Сарычев – кандидат технических наук, доцент кафедры естественнонаучных дисциплин им. проф. В.М. Финкеля Сибирского государственного индустриального университета.

А. Ю. Грановский – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Сибирского государственного индустриального университета.

Л. П. Бащенко – кандидат технических наук, доцент кафедры теплоэнергетики и экологии Сибирского государственного индустриального университета.

В. Е. Громов – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой естественнонаучных дисциплин им. проф. В.М. Финкеля Сибирского государственного индустриального университета.

References

1. Sneddon, S., Xu, Ya., Dixon, M., Rugg, D., Li, P. & Mulvihill, D. M. (2021). Sensitivity of material failure to surface roughness: A study on titanium alloys Ti64 and Ti407. *Materials & Design*, 200, 109438.

2. Korobkova, A., Kazakbiev, A., Zhukova, Yu., Sheremetyev, V., Dubinskiy, S. & Filonov, M. (2017). Surface treatment of bulk and porous materials based on superelastic titanium alloys for medical implants. *Materials Today: Proceedings*, 4(3), 4664–4669.

3. Bai, H., Zhong, L., Kang, L., Liu, J., Zhuang, W., Lv, Z. & Xu, Y. (2021). A review on wear-resistant coating with high hardness and high toughness on the surface of titanium alloy. *Journal of Alloys and Compounds*, 882, 160645.

4. Bashchenko, L. P., Ivanov, Yu. F. & Budovskikh, E. A. (2013). Modification of the structure of the surface layers of titanium VT1-0 during electroexplosive carboboration and electron beam processing. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya*, 3, 68–70. (In Russ.).

5. Bashchenko L. P., Raikov S. V., Ivanov Yu. F., Budovskikh E. A. & Gromov V. E. (2013). Structural-phase states of the hardening zone of commercially pure titanium VT1-0 after electroexplosive carboboration and electron-beam processing. *Vestnik Tambov. university Ser. natural and tech. Sciences*, 18(4), 1719–1720. (In Russ.).

6. Reitz, R. D. (1987). Modeling atomization processes in high-pressure vaporizing sprays. *Atomisation Spray Technology*, 3(4), 309–337.

7. Petrarolo, A., Kobald, M. & Schlechtriem, S. (2018). Understanding Kelvin-Helmholtz instability in paraffin-based hybrid rocket fuels. *Exp. Fluids*, 59, 62.
8. Anna, S. L. (2016). Droplets and bubbles in microfluidic devices. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 48, 285–309.
9. Pouryazdan, M., Kaus, B. J. P., Rack, A., Ershov, A. & Hahn, H. (2017). Mixing instabilities during shearing of metals. *Nature Communication*, 8, 1611-1–1611-6.
10. Li, X. & Tankin, R. S. (1991). On the temporal instability of a two-dimensional viscous liquid sheet. *Journal of Fluid Mechanics*, 226, 425–443.
11. Granovskii, A. Y., Sarychev, V. D. & Gromov, V. E. (2013). Model of formation of inner nanolayers in shear flows of material. *Technical Physics*, 58, 1544–1547.
12. Logvinov, O. A. (2022). Linear Stability of Stratified Flow of Two Viscous Fluids. *Moscow Univ. Mech. Bull.*, 77, 117–126.
13. Barreras, F., Lozano, A. & Dopazo, C. (2001). Linear instability analysis of the viscous longitudinal perturbation on an air-blasted liquid sheet. *Atomization and Sprays*, 11, 139–154.
14. Funada, T. & Joseph, D. D. (2001). Viscous potential flow analysis of Kelvin-Helmholtz instability in a channel. *J. Fluid Mech.*, 445, 263.
15. Bilgili, S., Ugarte, O. & Akkerman, V. (2020). Interplay of Kelvin-Helmholtz instability with acoustics in a viscous potential flow. *Physics of Fluids*, 32, 084108.
16. Levich, V. G. (2016). Physico-chemical hydrodynamics. Izhevsk: Izdatel'stvo «IKI». P. 708. (In Russ.).
17. Sarychev, V. D., Nevskii, S. A., Kormyshev, V. E., Yuriev, A. A. & Gromov, V. E. (2020). Model of Nanostructural Layer Formation during Long-Term Operation of Rails. *Steel Transl.*, 50, 665–671.
18. Sarychev, V. D., Nevskii, S. A., Kormyshev, V. E. & Gromov, V. E. (2022). Mechanism of formation of micro- and nanostructural states of rail steel under intense plastic deformation. *Deformation and destruction of materials*, 6, 20–27. (In Russ.).
19. Nizhenko, V. I. & Floka, L. I. (1981). Surface tension of liquid metals. Moscow: Metallurgiya. P. 208. (In Russ.).
20. Okada, J. T., Ishikawa, T., Watanabe, Yuki, Paradis, P.-F., Watanabe, Ya. & Kaoru, K. (2010). Viscosity of liquid boron. *Physical review B*, 81, 140201R.
21. Millot, F., Rifflet, J. C., Sarou-Kanian, V. & Wille, G. (2002). High-Temperature Properties of Liquid Boron from Contactless Techniques. *International Journal of Thermophysics*, 23(5), 118–1195.
22. Warlimont, H. & Martienssen, W. (2018). Springer Handbook of Materials Data. Springer, Berlin. P. 1140.
23. Bagautdinov, A. Ya., Budovskikh, E. A., Ivanov, Yu. F. & Gromov, V. E. (2007). Physical bases of electro-explosive alloying of metals and alloys. Novokuznetsk: SibGIU Publishing House. P. 131. (In Russ.).

Information about the authors

S. A. Nevskii – Doctor of Technical Sciences, Docent of Natural Science Department, Siberian State Industrial University.

V. D. Sarychev – Candidate of Technical Sciences, Docent of Natural Science Department, Siberian State Industrial University.

A. Yu. Granovsky – Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher of Siberian State Industrial University.

L. P. Bashchenko – Candidate of Technical Sciences, Docent of Department of Thermal Power Engineering and Ecology, Siberian State Industrial University.

V. E. Gromov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Natural Sciences named after prof. V.M. Finkel, Siberian State Industrial University.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
The authors declare that there is no conflict of interest.

Статья поступила в редакцию 29.03.2023; одобрена после рецензирования 30.05.2023; принята к публикации 30.06.2023.

The article was received by the editorial board on 06 Mar. 23; approved after reviewing 30 May 23; accepted for publication 30 June 23.