Ползуновский вестник. 2023. № 1. С. 185–190.
Polzunovskiy vestnik. 2023;1: 185–190.

Научная статья
2.6.13. Процессы и аппараты химических технологий (технические науки)
УДК 539.217 2:66.084
doi: 10.25712/ASTU.2072-8921.2023.01.023 EDN: HQPCSE

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЫДЕЛЕНИЯ ЦЕЛЕВОГО КОМПОНЕНТА ИЗ ПОРИСТЫХ ЧАСТИЦ ПУТЕМ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ПУЗЫРЬКАМИ ГАЗА

Валерия Витальевна Авраменко [1], Александр Иванович Мошинский [2], Лариса Николаевна Рубцова [3], Лада Александровна Цыганкова [4]

[1, 2, 3, 4] Санкт-Петербургский государственный химико-фармацевтический университет, Санкт-Петербург, Россия
[1] valeriya.avramenko@spcpu.ru
[2] alexander.moshinsky@pharminnotech.com, https://orcid.org/0000-0001-7135-0823
[3] larisa.rubtsova@pharminnotech.com, https://orcid.org/0000-0003-1687-1890
[4] lada.cygankova@spcpu.ru

Аннотация. *Предложена математическая модель извлечения целевого компонента из пористой частицы при помощи интенсивных ударов по частице пузырьками газа. Предполагается дискретное описание процесса, связанное с количеством ударов пузырьков по частице. Получены уравнения, связывающие концентрации экстрагента в частице и межчастичном пространстве после двух последовательных ударов по частице. Для решения сформулированной задачи привлекаются методы линейной алгебры. Точнее находятся собственные числа переходной матрицы и осуществляется построение диагональной матрицы. Это позволило вычислить предельное состояние системы при очень большом количестве ударов пузырьков о частицу. Среднее значение концентрации целевого компонента определяется при помощи распределения Пуассона. Осуществлен переход к непрерывной по времени модели и получено ее решение. Два подхода, дискретный и непрерывный, приводят к согласованным результатам.*

Ключевые слова: *целевой компонент, экстрагирование, пористая частица, взаимодействие.*

Для цитирования: Моделирование процесса выделения целевого компонента из пористых частиц путем их взаимодействия с пузырьками газа / В. В. Авраменко [и др.] // Ползуновский вестник. 2023. № 1. С. 185–190. doi: 10.25712/ASTU.2072-8921.2023.01.023. EDN: https://elibrary.ru/HZBNHY.

Original article

MODELING OF THE PROCESS OF SEPARATION OF THE TARGET COMPONENT FROM POROUS PARTICLES BY THEIR INTERACTION WITH GAS BUBBLES

Valeria V. Avramenko [1], Alexander I. Moshinskiy [2], Larisa N. Rubtsova [3], Lada A. Tsygankova [4]

[1, 2, 3, 4] Saint Petersburg State University of Chemistry and Pharmacy, Saint Petersburg, Russia
[1] valeriya.avramenko@spcpu.ru
[2] alexander.moshinsky@pharminnotech.com, https://orcid.org/0000-0001-7135-0823
[3] larisa.rubtsova@pharminnotech.com, https://orcid.org/0000-0003-1687-1890
[4] lada.cygankova@spcpu.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЫДЕЛЕНИЯ ЦЕЛЕВОГО КОМПОНЕНТА ИЗ ПОРИСТЫХ ЧАСТИЦ ПУТЕМ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ПУЗЫРЬКАМИ ГАЗА

Abstract. *A mathematical model is proposed for extracting the target component from a porous particle by means of intense impacts on the particle with gas bubbles. A discrete description of the process is assumed, related to the number of bubble impacts on the particle.*

Equations are obtained that relate the concentrations of the extractant in the particle and the interparticle space after two successive impacts on the particle. To solve the formulated problem, linear algebra methods are used. More precisely, the eigenvalues of the transition matrix are found, and the diagonal matrix is constructed. This made it possible to calculate the limiting state of the system for a very large number of bubble impacts on the particle. The average value of the concentration of the target component is determined using the Poisson distribution. A transition to a time-continuous model is made and its solution is obtained. The two approaches, discrete and continuous, lead to consistent results.

Keywords: *target component, extraction, porous particle, interaction.*

For citation: Avramenko, V.V., Moshinskiy, A.I., Rubtsova, L.N. & Tsygankova, L.A. (2023). Modeling of the process of separating the target component from porous particles by their interaction with gas bubbles. *Polzunovskiy vestnik,* (1), 185-190. (In Russ.). doi: 10.25712/ASTU.2072-8921.2023.01.023. EDN: https://elibrary.ru/HZBNHY.

ВВЕДЕНИЕ

В рассматриваемой дисперсной системе средний размер пузырька ρ существенно меньше размера (радиуса) пористой частицы R, содержащей целевой компонент, т. е. $R \gg \rho$. Считая динамические процессы внутри пузырька слабоинтенсивными, можем полагать избыток давления газа в пузырьке, равным $2\sigma/\rho$, где σ – коэффициент поверхностного натяжения. В таком случае при соприкосновении частицы с пузырьком и разрушением части поверхностного слоя (газ-жидкость) пузырька, на небольшом участке границы между частицей и пузырьком возникнет относительно большое избыточное давление (своеобразный взрыв), которое выдавливает из частицы целевой компонент.

Учитывая принятые допущения и сложность детального анализа стадии схлопывания пузырька, точнее ее влияния на массообмен частицы и пузырька, были рассмотрены определенные фильтрационные задачи [9], относящиеся к проблеме извлечения экстрагента из частицы и содержащие дополнительные упрощения.

Существует несколько математических моделей для описания процесса экстрагирования [1–3]. Достаточно распространены модели, опирающиеся на описание процесса двумя взаимопроникающими (взаимодействующими) континуумами [3–9 и др.]. Менее известны дискретные модели экстрагирования [3,10–13], имеющие экспериментальное обоснование [3, 10, 14]. Рассматривают также модели с извлечением целевого вещества из поры (набора пор) [15, 16]. Здесь предлагается дискретная модель, для анализа которой используется метод теории вероятности [17–19].

ЭВОЛЮЦИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ В ЧАСТИЦЕ И ОКРУЖАЮЩЕМ ПРОСТРАНСТВЕ

Будем полагать, что за время между ударами пузырьков о частицу концентрация экстрагента успевает выровняться как внутри частицы, так и в межчастичном пространстве. Выделим три объема (площади) в пространстве аппарата (рис. 1.). Частица состоит из двух областей с объемами V_1 (объем проникшей после взаимодействия с пузырьком межчастичной жидкостью) и V_2 (объем, в котором сохраняется экстрагент). Оставшуюся часть сферической ячейки составляет межчастичное пространство, приходящееся на одну частицу.

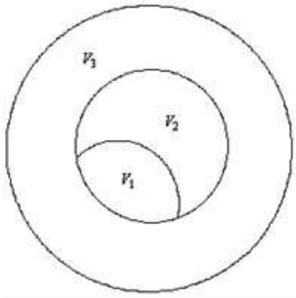

Рисунок 1 – Схема разбиения пространства, связанного с частицей.

Figure 1 - Partitioning scheme of the space associated with a particle

Таким образом, отношение объема межчастичного пространства V_3 к объему частицы, которое мы считаем постоянным числом в течение процесса, определяется формулой $\varphi = V_3/(V_1 + V_2)$. Доля объема частицы, связанная с оставшимся в ней экстрагентом, равна $\chi = V_2/(V_1 + V_2)$. В данной работе мы не будем касаться вопросов удаления целевого компонента из межчастичного пространства. Подразумевается, что этот процесс будет организован позднее. Пусть в некоторый момент до очередного (i + 1-го) взаимодействия частицы с пузырьками концентрации экстрагента в частице и межчастичном пространстве равны соответственно c_i и b_i. Тогда материальный баланс по экстрагенту, в силу вышесказанного, таков:

$$c_{i+1}\left(V_1+V_2\right)=c_iV_2+b_iV_1,$$
$$b_{i+1}V_3=b_iV_3+\left(c_i-b_i\right)V_1;$$

или

$$c_{i+1}=\chi c_i+(1-\chi)b_i,$$
$$b_{i+1}=b_i+\frac{(c_i-b_i)(1-\chi)}{\varphi}. \qquad (1)$$

Таким образом, изменение концентрации экстрагента после удара пузырька о частицу определяется матрицей **B** с компонентами $B_{11}=\chi$, $B_{12}=1-\chi$, $B_{21}=(1-\chi)/\varphi$, $B_{22}=1-(1-\chi)/\varphi$ **.** Введя вектор-столбец

$$\mathbf{Z}_i=\begin{pmatrix}c_i\\ b_i\end{pmatrix},$$

формулы (1) можно представить в матричном виде

$$\mathbf{Z}_{i+1}=\mathbf{B}\cdot\mathbf{Z}_i\,. \qquad (2)$$

Тогда после N взаимодействий частицы с пузырьками значение концентраций c_N и b_N определяется выражением

$$\mathbf{Z}_N=\mathbf{B}^N\cdot\mathbf{Z}_0\quad, \qquad (3)$$

где $\mathbf{Z}_0$ – матрица-столбец начального состояния. Для вычисления N-ой степени матрицы **B** целесообразно привести ее к диагональной форме [20, 21]**.**

Собственные значения матрицы **B** находятся из уравнения [20, 21]

$$|\,\mathbf{B}-\lambda\mathbf{E}\,|=\mathbf{0}\,, \qquad (4)$$

где **E** – единичная матрица. Раскрыв определитель, получаем для нахождения λ квадратное уравнение

$$(\mathbf{B}_{11}-\lambda)(\mathbf{B}_{22}-\lambda)=\mathbf{B}_{12}\cdot\mathbf{B}_{21}, \qquad (5)$$

которое имеет решения

$$\lambda_1=1;\,\lambda_2=\chi-\frac{(1-\chi)}{\varphi}=y\,. \qquad (6)$$

Отвечающие им собственные вектора можно взять в виде

$$\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}\ \text{и}\ \begin{pmatrix}-\varphi\\ 1\end{pmatrix}$$

соответственно. Построив из этих столбцов матрицу **W** и обратную ей $\mathbf{W}^{-1}$

$$\mathbf{W}=\begin{pmatrix}1 & -\varphi\\ 1 & 1\end{pmatrix},$$
$$\mathbf{W}^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{1+\varphi} & \frac{\varphi}{1+\varphi}\\ \frac{-1}{1+\varphi} & \frac{1}{1+\varphi}\end{pmatrix}, \qquad (7)$$

согласно общей теории [18, 19] матрицу **B** можно представить как произведение матриц

$$\mathbf{B}=\mathbf{W}\cdot\mathbf{D}\cdot\mathbf{W}^{-1}, \qquad (8)$$

где **D** диагональная матрица на диагонали которой стоят собственные числа λ_1 и λ_2 :

$$\mathbf{D}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & y\end{pmatrix}. \qquad (9)$$

Теперь выражение (3) можно записать так

$$\mathbf{Z}_N=\mathbf{W}\cdot\mathbf{D}^N\cdot\mathbf{W}\cdot\mathbf{Z}_0\ , \qquad (10)$$

где

$$\mathbf{D}^N=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & y^N\end{pmatrix}. \qquad (11)$$

В обычной (не слишком плотной) системе реализуется неравенство $\varphi>1$. Учитывая также, что $\chi<1$, убеждаемся в выполнении неравенства $|y|<1$. В таком случае при достаточно большом числе столкновений N , $y^N\to 0$, и матрица $\mathbf{D}^N\cong\mathbf{D}^\infty$ имеет только один ненулевой элемент $D_{11}=1$. При этом из соотношения (10) следует, что происходит полное выравнивание концентрации экстрагента по всему объему системы

$$c_\infty=b_\infty=\frac{c_0+\varphi b_0}{1+\varphi}\,. \qquad (12)$$

В частном случае, когда в начальный момент времени целевого компонента не было в межчастичном пространстве, то есть $b_0=0$, формула (12) упрощается.

Отметим еще один интересный случай $\varphi\gg 1$, отвечающий малой доле частиц в общем объеме системы. При анализе проще опираться на формулы (1), из которых следует, во-первых, что концентрация b_i не меняется при столкновениях и, во-вторых, для c_i получается формула геометрической прогрессии $c_{i+1}=\chi c_i$, если принять, что в начальный момент времени в межчастичном пространстве не было экстрагента ($b_0=0$, а значит и $b_i=0$).

Часто интерес представляет только концентрация экстрагента в частице. Если, как и выше, считать $b_0=0$, то из соотношения (10) можно получить

$$c_N = \left(\mathbf{W}_{11}\mathbf{W}_{11}^{-1} + \mathbf{W}_{12}\mathbf{W}_{21}^{-1}y^N\right)c_0 = = \frac{c_0}{1+\varphi}\left(1+\varphi y^N\right). \qquad (13)$$

Видим, что при принятых условиях формула (13) согласуется с (12) при $N \to \infty$.

Примечательно наличие у матрицы **B** собственного числа, равного единице. Попробуем найти закон сохранения для системы (2). Из соотношений (1) легко получаем

$$c_{i+1} + \varphi b_{i+1} = c_i + \varphi b_i = c_0 + \varphi b_0, \qquad (14)$$

что представляет собой просто закон сохранения массы экстрагента в системе. Это выражение можно использовать для исключения одной из переменных в системе (1) и тем самым свести дело к одномерным матрицам (числам). Имеем, исключая b_{i+1};

$$c_{i+1} = (1-\chi)(c_0 + \varphi b_0)/\varphi + yc_i. \qquad (15)$$

Решение этого разностного уравнения, которое легко сводится к геометрической прогрессии, имеет вид

$$c_N = \frac{c_0 + \varphi b_0}{1+\varphi} + \frac{\varphi\left(c_0 - b_0\right)}{1+\varphi}y^N. \qquad (16)$$

Для концентрации экстрагента в межчастичном пространстве из зависимостей (14) и (16) находим

$$b_N = \frac{c_0 + \varphi b_0}{1+\varphi} - \frac{c_0 - b_0}{1+\varphi}y^N. \qquad (17)$$

что согласуется с формулой (14).

Естественно, что точно такое же выражение получается при записи в компонентах матричного равенства (10). В частности, при $b_0 = 0$ (17) переходит в (13).

Поскольку число ударов пузырьков о частицу за данное время может быть различным, целесообразно использовать функцию распределения для целочисленной случайной величины N при определении средней концентрации. На практике для подобных целей чаще всего используется распределение Пуассона [15, 16, 22]. Вероятность осуществления k столкновений, согласно распределению Пуассона, определяется формулой

$$P_k = \frac{\langle N\rangle^k}{k!}\exp\left(-\langle N\rangle\right). \qquad (18)$$

где $<N>$ – среднее число (математическое ожидание) ударов по частице.

В таком случае для средней концентрации (математического ожидания c) имеем

$$\langle c\rangle = \sum_{i=0}^{\infty} P_i c_i = \frac{c_0 + \varphi b_0}{1+\varphi} + \frac{\varphi\left(c_0 - b_0\right)}{1+\varphi}\exp\left(-\langle N\rangle\right)\sum_{i=0}^{\infty}\frac{\langle N\rangle^i y^i}{i!} = \frac{c_0 + \varphi b_0}{1+\varphi} + \frac{\varphi\left(c_0 - b_0\right)}{1+\varphi}\exp\left[\langle N\rangle\left(y - 1\right)\right]. \qquad (19)$$

При этом постоянное слагаемое при осреднении по статистике Пуассона не меняется (P_k отвечают вероятностям для полной системы событий). Аналогично имеем

$$\langle b\rangle = \sum_{i=0}^{\infty} P_i b_i = \frac{c_0 + \varphi b_0}{1+\varphi} - \frac{c_0 - b_0}{1+\varphi}\exp\left[\langle N\rangle\left(y - 1\right)\right]. \qquad (20)$$

Поскольку $<N>$ ~ ∞ (например, $< N >= \pi R^2 n u \tau$ [22], где n – концентрация частиц, u – их средняя скорость), то формула (20) совпадает с известной [23] зависимостью

$$\mu = \frac{\langle b\rangle}{b_\infty} = 1 - \frac{c_0 - b_0}{c_0 + \varphi b_0}\exp\left(-\zeta\tau\right), \quad b_\infty = \frac{c_0 + \varphi b_0}{1+\varphi}, \qquad (21)$$

где постоянная ζ определяется коэффициентом пропорциональности в зависимости $<N>$ ~ ∞ и формулой (20).

Определенный интерес представляет эволюция системы при малых изменениях от удара к удару пузырька о частицу, что характерно для больших значений времени и связано с крупномасштабными изменениями во времени. При этом можно использовать следующую аппроксимацию для концентраций c_i и b_i

$$c_{i+1} = c_i + T\frac{dc_i}{d\tau}, \quad b_{i+1} = b_i + T\frac{db_i}{d\tau} \qquad (22)$$

где T – среднее время между столкновениями. Подставляя эти соотношения в (1) и опуская индекс i, получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dc}{dt} = b - c, \quad \varphi\frac{db}{dt} = c - b, \quad t = \frac{\left(1-\chi\right)\tau}{T}, \qquad (23)$$

которую дополняют начальные условия

$$c(0) = c_0, b(0) = b_0. \quad (24)$$

Складывая уравнения (23) и интегрируя, находим первый интеграл

$$c + \varphi b = c_0 + \varphi b_0 \quad (25)$$

имеющий тот же физический смысл, что и (14). Выражая из (25) b как функцию c и подставляя результат в первое уравнение (23), приходим к уравнению для определения c

$$\varphi \frac{dc}{dt} = c_0 + \varphi b_0 - (1+\varphi) c. \quad (26)$$

Решение уравнения (26) при соответствующем условии (24) имеет вид

$$c = \frac{c_0 + \varphi b_0}{1+\varphi} +$$

$$+ \frac{\varphi (c_0 - b_0)}{1+\varphi} \exp\left(-\frac{\tau}{\theta} \right), \quad (27)$$

$$\theta = \frac{\varphi \tau}{(1+\varphi)(1-\chi)},$$

по форме совпадающий с (19) при $<N> \sim \infty$. При помощи (25) определяем также концентрацию в межчастичном пространстве

$$b = \frac{c_0 + \varphi b_0}{1+\varphi} - \frac{c_0 - b_0}{1+\varphi} \exp\left(-\frac{\tau}{\theta} \right). \quad (28)$$

При $\tau \to \infty$ получаем тот же результат, что и для дискретной модели: (12)

В статье описана эволюция дискретной и непрерывной модели выделения из пористой частицы целевого компонента, а также получено финальное значение концентрации целевого компонента в частице. В перспективе уравнение процесса можно обобщить на учет удаления целевого компонента из межчастичного пространства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Романков П.Г., Курочкина М.И. Экстрагирование из твердых материалов. Л. : Химия, 1983. 256 с.

2. Аксельруд Г.А., Лысянский В.М. Экстрагирование (система твердое тело-жидкость). Л. : Химия. 1974. 256 с.

3. Бабенко Ю.И., Иванов Е.В. Экстрагирование. Теория и практические приложения. Санкт-Петербург: НПО «Профессионал», 2009. 336 с.

4. Мошинский А.И. Математическая модель пропитки и экстрагирования в случае бидисперсного пористого материала // Теорет. основы хим. технологии. 2009. Т. 43, № 4. С. 401–407.

5. Мошинский А.И. Математическая модель массопереноса в случае бидисперсного пористого материала // Инженерно-физический журн. 2009. Т. 82, № 2. С. 258–272.

6. Мошинский А.И. Тепломассоперенос в пористом материале при учете релаксации потока массы // Математическое моделирование. 2015. Т. 27, № 4. С. 97–114.

7. Абиев Р.Ш. Исследование процесса экстрагирования из капиллярно-пористой частицы с бидисперсной структурой // Журн. прикл. химии. 2001. Т. 74. № 5. С. 754–761

8. Абиев Р.Ш., Островский Г.М. Моделирование процесса экстрагирования из капиллярно-пористой частицы с бидисперсной структурой // Теорет. основы хим. технологии. 2001. Т. 35. № 3. С. 270–275.

9. Tondeur D.Le lavage des gâteaux de filtration // Chimie industrie. Géniechimique. 1970. V. 103. № 21. P. 2799–2808.

10. Мошинский А.И., Иванов Е.В. Фильтрация жидкости в пористой частице под воздействием импульсов давления на локальных участках ее поверхности // Теорет. основы хим. технологии. 2008. Т. 42, № 2. С. 160–169.

11. Иванов Е.В., Бабенко Ю.И. Элементарные модели экстрагирования из пористых частиц под действием импульсов давления // Журн. прикл. химии. 2005. Т. 78, № 9. С. 1487–1492.

12. Мошинский А.И. Моделирование тепломассообменных процессов на основе обобщенных диффузионных уравнений. М. : Изд-во КНОРУС, 2019. 444 с.

13. Мошинский А.И. Одномерные дискретные математические модели экстрагирования из пористого материала // Теор. основы хим. технол. 2010. Т. 44, № 1. С. 45–53.

14. Долинский А.А., Иваницкий Г.К. Теоретическое обоснование принципа дискретно-импульсного ввода энергии. II. Исследования поведения ансамбля паровых пузырьков // Пром. теплотехника, 1996, Т. 18, № 1. С. 3–23.

15. Turner G.A. The frequency response of some illustrative models of porous media // Chem. Eng. Sci. 1959. V. 10. № 1. P. 14–21.

16. Han C.D., Bixler H.J. Washing of the liquid Retained by Granular Solids // Am. Inst. Chem. Eng. Journal. 1967. V. 13. № 6. P. 1058–1066.

17. Агекян Т.А. Теория вероятностей для астрономов и физиков. М. : Наука, 1974. 264 с.

18. Гардинер К.В. Стохастические методы в естественных науках. М. : Мир, 1986. 528 с.

19. Босс В. Лекции по математике. Т. 4: Вероятность, информация, статистика. Изд. 2-е. испр. М. : Изд-во ЛКИ. 2008. 216 с.

20. Босс В. Лекции по математике. Т. 3: Линейная алгебра. М. : КомКнига. 2005. 224 с.

21. Белман Р. Введение в теорию матриц. 2-е издание. М. : Наука, 1976. 352 с.

22. Стратонович Р.Л., Полякова М.С. Элементы молекулярной физики, термодинамики и статистической физики. М. : Изд-во МГУ, 1981. 176 с.

23. Пономарев В.Д. Экстрагирование растительного сырья. М. : Медицина, 1976. 202 с.

Информация об авторах

В. В. Авраменко – студентка Санкт-Петербургского государственного химико-фармацевтического университета по направлению «Химическая технология».

А. И. Мошинский – кандидат технических наук, доцент кафедры «Процессов и аппаратов химической технологии» Санкт-Петербургского государственного химико-фармацевтического университета.

Л. Н. Рубцова – кандидат фармацевтических наук, доцент кафедры «Процессов и аппаратов химической технологии» Санкт-Петербургского государственного химико-фармацевтического университета.

Л. А. Цыганкова – студентка Санкт-Петербургского государственного химико-фармацевтического университета по направлению «Химическая технология».

REFERENCES

1. Romankov, P.G. & Kurochkina, M.I. (1983). Extraction from solid materials. L.: Chemistry. (In Russ.).

2. Akselrud, G.A. & Lysyansky, V.M. (1974). Extraction (solid-liquid system). L.: Chemistry. (In Russ.).

3. Babenko, Yu.I. & Ivanov, E.V. (2009). Extra-gation. Theory and practical applications. Saint Petersburg: NGO "Professional". (In Russ.).

4. Moshinsky, A.I. (2009). Mathematical model of impregnation and extraction in the case of a bidisperse porous material. Fundamentals of chemical technology. 43(4). 401-407. (In Russ.).

5. Moshinsky, A.I. (2009). Mathematical model of mass transfer in the case of a bidispersed porous materia. Engineering-Physical Journal. 82(2). 258-272. (In Russ.).

6. Moshinsky, A.I. (2015). Heat and mass transfer in a porous material taking into account the relaxation of the mass flow // Mathematical modeling. 27(4). 97-114. (In Russ.).

7. Abiev, R.S. (2001). Investigation of the extraction process from a capillary-porous particle with a bidisperse structure. Journal. prikl. chemistry. 74(5). 754-761. (In Russ.).

8. Abiev, R.Sh. & Ostrovsky, G.M. (2001). Modeling of the extraction process from a capillary-porous particle with a bidisperse structure. Theory. fundamentals of chemical technology. 35(3). 270-275. (In Russ.).

9. Tondeur D. (1970). Le lavage des gâteaux de filtration. Chimie industrie. Géniechimique. 103(21). 2799-2808. (In Russ.).

10. Moshinsky, A.I. & Ivanov, E.V. (2008). Filtration of liquid in a porous particle under the influence of pressure pulses on the local areas of its surface. Theory. fundamentals of chemical technology. 42(2). 160-169. (In Russ.).

11. Ivanov, E.V. & Babenko, Yu.I. (2005). Elementary models of extraction from porous particles under the action of pressure pulses // Journal. prikl. chemistry. 78(9). 1487-1492. (In Russ.).

12. Moshinsky, A.I. (2019). Modeling of heat and mass transfer processes based on generalized diffusion equations. Moscow: KNORUS Publishing House. (In Russ.).

13. Moshinsky, A.I. (2010). One-dimensional discrete mathematical models of extraction from porous material. Theor. the main chemical. technol. 44(1). 45-53. (In Russ.).

14. Dolinsky, A.A. & Ivanitsky, G.K. (1996). Theoretical substantiation of the principle of discrete-pulse energy input. II. Studies of the behavior of an ensemble of steam bubbles. Prom. teplotekhnika, 18(1). 3-23. (In Russ.).

15. Turner, G.A. (1959). The frequency response of some illustrative models of porous media. Chem. Eng. Sci. 10(1). 14-21.

16. Han, C.D. & Bixler, H.J. (1967). Washing of the liquid Retained by Granular Solids. Am. Inst. Chem. Eng. Journal. 13(6). 1058-1066.

17. Agekyan, T.A. (1974). Probability theory for astronomers and physicists. Moscow: Nauka. (In Russ.).

18. Gardiner, K.V. (1986). Stochastic methods in natural sciences. Moscow: Mir. (In Russ.).

19. Boss, V. (2008). Lectures on mathematics. Vol. 4: Probability, information, statistics. Ed. 2nd. ispr. M.: LKI Publishing House. (In Russ.).

20. Boss, V. (2005). Lectures on mathematics. Vol. 3: Linear algebra. M.: KomKniga. (In Russ.).

21. Belman, R. (1976). Introduction to matrix theory. 2nd edition. Moscow: Nauka. (In Russ.).

22. Stratonovich, R.L. & Polyakova, M.S. (1981). Elements of molecular physics, thermodynamics and statistical physics. Moscow: Publishing House of Moscow State University. (In Russ.).

23. Ponomarev, V.D. (1976). Extraction of plant raw materials. M.: Medicine. (In Russ.).

Information about the authors

V.V. Avramenko - is a student of the St. Petersburg State Chemical and Pharmaceutical University in the direction of "Chemical Technology".

A.I. Moshinsky - is a candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of "Processes and Devices of Chemical Technology" of the St. Petersburg State Chemical and Pharmaceutical University.

L.N. Rubtsova - is a candidate of Pharmaceutical Sciences, Associate Professor of the Department of "Processes and Devices of Chemical Technology" of the St. Petersburg State Chemical and Pharmaceutical University.

L.A. Tsygankova - is a student of the St. Petersburg State Chemical and Pharmaceutical University in the direction of "Chemical Technology".

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.
The authors declare that there is no conflict of interest.

Статья поступила в редакцию 30.11.2022; одобрена после рецензирования 13.03.2023; принята к публикации 21.03.2023.

The article was received by the editorial board on 30 Nov 2022; approved after editing on 13 Mar 2023; accepted for publication on 21 Mar 2023.