

Научная статья

1.3.8. Физика конденсированного состояния (физико-математические науки)

УДК 536.424.1

doi: 10.25712/ASTU.1811-1416.2022.01.003

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ $\gamma - \alpha$ МАРТЕНСИТНОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ ПРИ ПОВЫШЕННОМ ЗНАЧЕНИИ ОБЪЕМНОГО ЭФФЕКТА

Михаил Петрович Кащенко<sup>1†</sup>, Анна Геннадьевна Семеновых<sup>2</sup>,  
Алексей Викторович Нефедов<sup>3</sup>, Надежда Михайловна Кащенко<sup>4</sup>, Вера Геннадиевна Чашина<sup>5</sup>

<sup>1,4,5</sup> Уральский федеральный университет им. Первого Президента России Б. Н. Ельцина, ул. Мира, 2, 620002, Екатеринбург, Россия

<sup>1,2,3,5</sup> Уральский государственный лесотехнический университет, ул. Сибирский тракт 37, 620100, Екатеринбург, Россия

<sup>1</sup> mpk46@mail.ru<sup>†</sup>, <https://orcid.org/0000-0002-2611-2858>

<sup>2</sup> semenovyhag@m.usfeu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3467-1833>

<sup>3</sup> a.nefedov@live.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1526-9163>

<sup>4</sup> nad.kashenko@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2362-5567>

<sup>5</sup> vera.chashina.77@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7480-2562>

**Аннотация.** Для  $\gamma - \alpha$  мартенситного превращения (МП) в сплавах на основе железа выполнен анализ возможности волнового управления ростом мартенситных кристаллов для случаев повышенного значения относительного увеличения объема. В качестве базовых для сравнения с типичной бейновской деформацией используются главные деформации, соответствующие тензору дисторсии Питча. Основное внимание уделяется анализу мартенситных кристаллов стержневидной формы, рост которых управляется тремя продольными волнами, распространяющимися вдоль ортогональных осей симметрии четвертого порядка. Показано, что согласование с величинами главных деформаций достигается при учете закона дисперсии волн. Отмечается возможность описания подобных деформаций в схемах трехмерной деформации, включающей тонкую структуру двойников превращения и предельный вариант формирования вырожденной дислокационной структуры. Однако данные о межфазных ориентационных соотношениях Питча хорошо согласуются именно с трех-волновой схемой формирования стержневидных кристаллов. Причем групповая скорость, как минимум, одной из волн относится к коротковолновому диапазону, что приводит к размеру управляющего волнового фронта в направлении деформации сжатия  $\approx 1,6$  нм. Учет стержневидного морфотипа нанокристаллов мартенсита представляется перспективным при интерпретации механизма образования периферической зоны линзовидных кристаллов.

**Ключевые слова:** мартенситные превращения, деформация Питча, волновое управление ростом кристалла, закон дисперсии волн, стержневидные нанокристаллы.

**Благодарности:** Авторы признательны участникам XXII Зимней школы по механике сплошных сред за обсуждение части результатов работы. Авторы выражают благодарность Министерству науки и высшего образования России за поддержку в выполнении государственного задания № 075-00243-20-01 от 26.08.2020 в рамках темы «Экологические аспекты рационального природопользования».

**Для цитирования:** Кащенко М.П., Семеновых А.Г., Нефедов А.В., Кащенко Н.М., Чашина В.Г. Динамическая модель нанокристаллической реализации  $\gamma - \alpha$  мартенситного превращения при повышенном значении объемного эффекта // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. 2022. Т. 19, № 1. С. 25–31. doi: 10.25712/ASTU.1811-1416.2022.01.003.

Original article

**DYNAMIC MODEL OF NANOCRYSTALLINE REALIZATION OF  $\gamma - \alpha$  MARTENSITIC TRANSFORMATION WITH INCREASED VOLUME EFFECT****Mikhail P. Kashchenko<sup>1†</sup>, Anna G. Semenovych<sup>2</sup>, Alexey V. Nefedov<sup>3</sup>, Nadezhda M. Kashchenko<sup>4</sup>, Vera G. Chashchina<sup>5</sup>**<sup>1, 4, 5</sup> Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Mira Str., 19, Yekaterinburg, 620002, Russia<sup>1, 2, 3, 5</sup> Ural State Forest Engineering University, Sybirskiy Tract Str., 37, Yekaterinburg, 620100, Russia<sup>1</sup> mpk46@mail.ru<sup>†</sup>, <https://orcid.org/0000-0002-2611-2858><sup>2</sup> semenovychag@m.usfeu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3467-1833><sup>3</sup> a.nefedov@live.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1526-9163><sup>4</sup> nad.kashchenko@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0003-2362-5567><sup>5</sup> vera.chashchina.77@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-7480-2562>

**Abstract.** For the  $\gamma - \alpha$  martensitic transformation (MT) in iron-based alloys, an analysis is made of the possibility of wave control of the growth of martensite crystals for cases of an increased value of the relative increase in volume. The principal deformations corresponding to the Pitch distortion tensor are used as the basis for comparison with the typical Bane deformation. The main attention is paid to the analysis of rod-shaped martensitic crystals, the growth of which is controlled by three longitudinal waves propagating along orthogonal axes of symmetry of the fourth order. It is shown that agreement with the values of the main deformations is achieved when the law of wave dispersion is taken into account. The possibility of describing such deformations in three-dimensional deformation schemes, including the fine structure of transformation twins and the limiting variant of the formation of a degenerate dislocation structure, is noted. However, the data on the Pitch interfacial orientational relations are in good agreement with the three-wave scheme of the formation of rod-like crystals. Moreover, the group velocity of at least one of the waves belongs to the short-wavelength range, which leads to the size of the control wavefront in the direction of compression deformation  $\approx 1.6$  nm. Taking into account the rod-like morphotype of martensite nanocrystals seems promising in interpreting the mechanism of formation of the peripheral zone of lenticular crystals.

**Keywords:** martensitic transformations, Pitch deformation, wave control of crystal growth, wave dispersion law, rod-shaped nanocrystals.

**Acknowledgements:** The authors are grateful to the participants of the XXII Winter School on Continuum Mechanics for a discussion of some of the results of this work. The authors express their gratitude to the Ministry of Science and Higher Education of Russia for their support in the execution of state assignment No. 075-00243-20-01 dated 26.08.2020 within the framework of the theme FEUG-2020-0013 «Environmental aspects of rational nature management».

**For citation:** Kashchenko, M. P., Semenovych, A. G., Nefedov, A. V., Kashchenko, N. M. & Chashchina, V. G. (2022). Dynamic model of nanocrystalline realization of  $\gamma - \alpha$  martensitic transformation with increased volume effect. *Fundamental'nye problemy sovremennogo materialovedeniya (Basic Problems of Material Science (BPMS))*, 1(19), 25–31. (In Russ.). doi: 10.25712/ASTU.1811-1416.2022.01.003.

## Введение

Типичным для сплавов на основе железа с достаточно крупными зернами аустенита ( $\sim 100$  мкм) является  $\gamma - \alpha$  мартенситное превращение (МП), протекающее кооперативным путем при охлаждении и обладающее ярко выраженными признаками фазовых переходов I рода [1]. Для реконструктивных МП (к которым относится  $\gamma - \alpha$  МП), симметрии исходной и конечной фаз не находятся в соотношении соподчинения. Особенности  $\gamma - \alpha$  МП, включая высокую (сверхзвуковую) скорость роста мартенситных кристаллов, адекватно описывает динамическая теория, объяснившая физиче-

скую природу кооперативного механизма роста [2-4]. Процесс формирования кристалла пластинчатой формы стартует с возникновения в упругом поле дислокационного центра зарождения (ДЦЗ) начального возбужденного состояния (НВС). Колебания в области НВС порождают управляющий волновой процесс (УВП), несущий пороговую деформацию для начала МП. Поперечные размеры  $d_{1,2}$  НВС в форме вытянутого параллелепипеда порядка сотой доли от среднего междислокационного расстояния. Выполняется условие  $d_{1,2} < \lambda_{1,2}/2$ , где  $\lambda_{1,2}$  – длины пары волн, входящих в составе УВП. Такая пара квазипродольных волн (точ-

нее, волновых пучков) обеспечивает возможность быстрого (со скоростью равной векторной сумме скоростей волн) формирования кристалла мартенсита в области наложения пороговых деформаций (растяжение в  $\vec{\xi}_1$ -направлении и сжатие в  $\vec{\xi}_2$ -направлении) и задает ориентацию габитуса. Этот процесс иллюстрируется на рис.1.

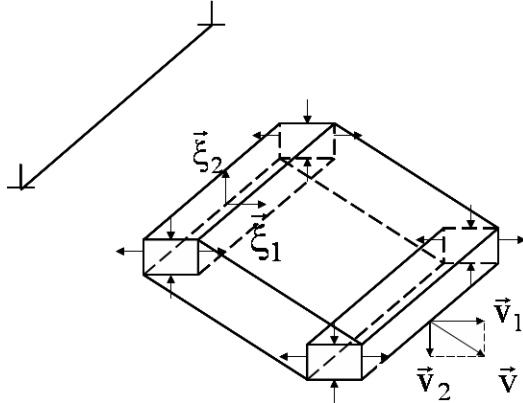


Рис.1. Волновая модель управления ростом мартенситного кристалла (без учета двойников превращения)

Fig.1. Wave model of growth control martensite crystal (excluding transformation twins)

Кроме относительно длинноволновых управляющих  $\ell$ -волн (от английского «long»), задающих габитус кристалла, в состав УВП включаются и более коротковолновые  $s$ -волны (от английского «shot»), обеспечивающие формирование внутренней двойниковой структуры (ДС) [5-7]. Именно учет  $s$ -волн позволяет в полной мере отразить физический механизм реализации трехмерной бейновской деформации при образовании ДС и объяснить механизм образования дислокаций при вырожденной двойниковой структуре (ВДС), когда явно наблюдается только одна компонента ДС [8-10].

Концепция начального возбужденного состояния хорошо согласуется с совокупностью наблюдаемых особенностей МП, дополняя стандартные представления о гетерогенном зарождении, связанные с гипотезой о существовании квазиравновесных зародышей мартенсита.

Реализация габитуса в качестве инвариантной плоскости в волновой модели предполагает, что в области локализации НВС пара собственных векторов  $\vec{\xi}_{1,2}$  тензора упругого поля

ДЦЗ соответствует различным знакам деформации ( $\epsilon_1 > 0$ ,  $\epsilon_2 < 0$ ), а третья деформация  $\epsilon_3 = 0$ .

Следует отметить, что однородная часть деформации превращения (деформация Бейна) приводит к увеличению удельного (на атом) объема  $\delta$ . Например, в случае отсутствия тетрагональности мартенсита, типичным значениям деформаций расширения ( $\epsilon_1 = \epsilon_3 \approx 0,13$ ) и сжатия ( $\epsilon_2 \approx -0,2$ ) соответствует  $\delta \approx 0,024$  (2,4 %). В предыдущей работе авторов [11], обсуждался вариант с заметно большими деформациями расширения:

$$\epsilon_1 = \epsilon_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \approx 0,155, \quad \epsilon_2 = \sqrt{2/3} - 1 \approx -0,183, \quad (1)$$

и соответственно с увеличенным значением  $\delta \approx 0,0887$  (8,9 %). В [11] был сделан вывод о том, что при повышенном значении  $\delta$  возможно возникновение главным образом нанокристаллов мартенсита.

Цель данной работы – показать, что этот вывод подтверждается динамической теорией.

### Методика и результаты

Напомним, что ориентация нормали  $\vec{N}$  к габитусной плоскости задается соотношением

$$\vec{N}_{1,2} \parallel \vec{n}_2 \pm \alpha \vec{n}_1, \quad \alpha = \frac{v_2}{v_1}, \quad \vec{n}_{1,2} = \frac{\vec{v}_{1,2}}{v_{1,2}}. \quad (2)$$

Соотношения (2) легко получить, учитывая, что плоскость габитуса «замечается» линией пересечения фронтов волн. Заметим, что при этом один из размеров возникающего кристалла изначально лимитирован наибольшим размером НВС.

При описании трехмерной деформации бейновского типа (два равных растяжения и одно сжатие), к которому принадлежит и случай (1), возможны два варианта. Это, во-первых, возникновение ДС и ВДС при явно выраженном габитусе, задаваемом (2). А во-вторых, вариант стержневидной структуры [12], в простейшем случае возникающей при наложении трех продольных волновых пучков, бегущих в ортогональных направлениях  $\langle 001 \rangle$  и приводящих к кристаллу сравноосным поперечным сечением и ориентацией вдоль одного из направлений  $\langle 111 \rangle$ . Ясно, что волновому процессу, управляющему формированием такого стержневидного кристалла геометрически

сопоставляется НВС в форме колеблющегося кубика.

Напомним также, что тонкая структура двойников превращения возникает непосредственно в ходе роста мартенситных кристаллов в виде чередующихся пластинчатых компонент. Различие компонент ДС состоит в ортогональности главных осей деформации (сжатия). Причем основные компоненты ДС (имеющие больший объем) возникают активно (благодаря участию s-волн), тогда как дополнительные компоненты формируются вследствие превращения двух основных компонент, обрамляющих области образования дополнительных компонент.

Формирование стержневидных кристаллов при наложении продольных волн, имеющих одинаковые скорости, приводит к выводу о равенстве модулей деформаций вдоль всех осей. Данный вывод обусловлен, во-первых, связью между отношением модулей пороговых деформаций растяжения  $\varepsilon_1$  и сжатия  $\varepsilon_2$  с квадратом отношения скоростей (см., например, [3-5])

$$\varepsilon^2 |\varepsilon_2| \approx \varepsilon_1, \quad \varepsilon = v_2/v_1. \quad (3)$$

Условие (3) вытекает из сравнения выражений для ориентаций инвариантных плоскостей, полученных в чисто деформационном (статическом) описании и в волновой модели (2). Во-вторых, к хорошему совпадению с экспериментальными данными приводит процедура перехода от пороговых деформаций к финишным. А именно: полагается, что потерявшая устойчивость решетка аустенита, быстро релаксируя к новым устойчивым положениям атомов, сохраняет отношение деформаций в диапазоне от пороговых до финишных значений. Тогда для стержневидного кристалла мартенсита вдоль оси  $\langle 111 \rangle$  получаем значение тетрагональности

$$t_\alpha = (1 - |\varepsilon|) / \left[ (1 + |\varepsilon|) (\sqrt{2}/2) \right]. \quad (4)$$

При учете дисперсии нетрудно предложить волновую схему реализации деформаций (1). Действительно, полагая, что продольная волна, несущая деформацию сжатия вдоль направления  $[010]$  имеет меньшую групповую скорость  $v_{sr}(x)$  по сравнению с волной, несущей растяжение вдоль  $[100]$ . Для определенности примем скорость волны вдоль  $[100]$  равной  $v_r(0) = v_\Delta$  (длинноволновой предел).

Из (4) следует, что ОЦК мартенситу (при  $t_\alpha = 1$ ) соответствует деформация

$$|\varepsilon| = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = 3 - 2\sqrt{2} \approx 0,1716, \quad (5)$$

и увеличение удельного объема

$$\delta = 16 \left( \sqrt{2} - 1 \right)^3 - 1 \approx 0,1370. \quad (6)$$

Хотя значение  $\delta \approx 13,7\%$  для деформаций (5) превышает величину  $\delta \approx 8,9\%$  для деформаций (1), оно существенно ближе к  $8,9\%$ , чем к значению  $\approx 2,4\%$  типичному для ОЦК мартенсита. Значениям деформаций (1) также соответствуют главные направления тензора деформации, совпадающие с тройкой ортогональных осей симметрии 4 порядка, то есть с направлениями ребер кубической ячейки исходной  $\gamma$ -фазы  $\langle 100 \rangle$ .

Покажем, что, сохраняя направления распространения тройки управляющих волн, можно получить совпадения с деформациями (1). Для этого достаточно отказаться от условия совпадения их скоростей, то есть учесть, что вне упругой области длинных волн, имеет место зависимость скоростей волн от волновых векторов. Как обсуждалось в [8], зависимость энергии фононов  $\varepsilon_q$  от волнового вектора  $\mathbf{q}$  (закон дисперсии) вдоль  $\langle 001 \rangle_\gamma$  для  $0 \leq q \leq q_{\max} = 2\pi/a$  ( $a$  – параметр решетки) аппроксимируется (в безразмерных переменных  $u$  и  $x$ ) функцией

$$1 - y = (1 - x)^p, \quad y = \varepsilon_q / (\varepsilon_q)_{\max}, \quad x = q / q_{\max}. \quad (7)$$

Например, для сплава Fe<sub>30</sub>Ni с ГЦК решеткой соответствие с экспериментальными данными достигается при  $p \approx 1,733$ . За исключением коротковолновой области значения групповых  $v_r(x) = dy/dx$  и фазовых скоростей  $v_\phi(x) = y/x$  для s-волн сильно не отличаются ( $v_\phi(x) \geq v_r(x)$ ), однако, поскольку преодоление энергетического межфазного барьера требует реальных энергетических затрат, основную роль играет групповая скорость:

$$v_{sr}(x) = dy/dx = p(1-x)^{p-1}, \quad v_r(0) = v_\Delta = p, \quad v_{sr}(x)/v_r(0) = v_{sr}(x)/p = (1-x)^{p-1}. \quad (8)$$

В этом случае, считая, что отношение финишных деформаций совпадает с отношением пороговых деформаций, а отношение пороговых деформаций связано с отношением квадратов скоростей формулой (3), из (1) и (3) получаем

$$v_{sr}(x)/v_r(0) = \sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon_2} = \sqrt{0,155/0,183} \approx 0,9203. \quad (9)$$

Далее из (8) и (9) при использовании  $p \approx 1,733$  находим

$$x = q/q_{\max} \approx 0,1071, \quad q \approx 0,11q_{\max} = 0,11(2\pi/a). \quad (10)$$

Тогда для длины  $s$ -волны из (10) получаем

$$\lambda_s = 2\pi/q_s \approx 9,1a. \quad (11)$$

Используя для оценок  $a \approx 3,6 \cdot 10^{-10}$  м, имеем  $\lambda_s \approx 3,28$  нм. Это означает, что типичный размер  $d_2$  трехмерного волнового фронта в направлении [010], в котором выполняется пороговое условие по деформации сжатия, удовлетворяет неравенству

$$d_2 < \lambda_s/2 \approx 1,64 \text{ нм}. \quad (12)$$

### Обсуждение результатов

Прежде всего, отметим, что условие  $v_{sr}(x)/v_r(0) \approx 0,92$  неплохо выполняется уже при длинах волн  $\lambda \geq 10 \lambda_s$ . Поэтому размер  $d_1$  волнового фронта в направлении [100] может составлять не менее 16 нм, а связанные с ним длины волн, в принципе, могут относиться к  $s$ -волнам. На размер  $d_3$  ограничений, в рамках проведенного анализа, вообще не накладываемся. Поэтому допустимо формирование стержневидных кристаллов с направлением роста, задаваемым векторной суммой скоростей вдоль трех ортогональных осей  $\langle 001 \rangle$ , но величина скорости, по крайней мере, одной из скоростей, будет отличаться от других. Ясно, что ось кристалла будет отклоняться от  $\langle 111 \rangle$  направлений, а поперечное сечение не будет равноосным. Учитывая большой объемный эффект превращения и ограниченные возможности аккомодации [13], можно ожидать, что размер  $d_3$  будет порядка  $d_2$ .

Значительным деформациям (1) можно сопоставить и волновые схемы с образованием ДС и ВДС с УВП, включающим только волны вдоль осей симметрии 4 порядка. Такое сопоставление оказывается возможным после обобщения, при котором одну из  $\ell$ -волн заменяем  $s$ -волной, несущей большую деформацию, но имеющей меньшую групповую скорость (подобно выполненной выше замене с учетом закона дисперсии).

Если же кроме деформаций учитывать и дополнительный поворот деформированной решетки, то предпочтение нужно отдать волновой схеме управления, ведущей к образованию стержневидных кристаллов. Действительно, как показано в [11], полярное разложение тензора дисторсии Питча помимо деформаций (1) включает и поворот вокруг оси [001]. Но именно к такой ориентации оси поворота приводит деформация сжатия – растяжения вдоль [010] и [100] направлений при переходе от пороговых к

финишным деформациям в стесненных условиях [5].

Не исключено, что подобный стержневидный морфотип, плохо идентифицируемый из-за наномасштабных размеров и аккомодационных процессов, сопровождающихся рождением дефектов, вносит существенный вклад в образование периферической зоны линзовидных мартенситных кристаллов. Этой зоне, в отличие от двойникового мидриба и примыкающей к мидрибу зоне [14], взаимосвязанный набор морфологических признаков пока не удается сопоставить, и ее характеризуют как содержащую клубки дислокаций.

### Заключение

1. Выполненный анализ показал, что вариантам  $\gamma - \alpha$  мартенситного превращения с повышенными значениями объемного эффекта можно сопоставить волновые схемы управления ростом нанокристаллов мартенсита.

2. Такие нанокристаллы не относятся к первым поколениям сравнительно крупных пластинчатых кристаллов, рост которых стартует в областях аустенита, выделенных упругими полями дислокаций, типичных для исходной фазы. Однако в зонах релаксации напряжений крупных кристаллов, стержневидные кристаллы вполне могут возникать, активно участвуя в процессах аккомодации.

3. Наряду с привычными морфотипами, для которых оправдано указание габитусной плоскости, представляется вероятным возникновение стержневидных кристаллов. Рост таких кристаллов управляется тройкой продольных волн, бегущих вдоль ортогональных осей симметрии  $\langle 100 \rangle$ . В частном случае реализации ОС Питча, по крайней мере, одна из волн относится к коротковолновому диапазону.

Стержневидный морфотип нанокристаллов перспективен не только при интерпретации мартенситного превращения в области между кристаллами мартенсита первых поколений, но и в периферической зоне линзовидных кристаллов.

### Список литературы

1. Курдюмов Г.В., Утевский Л.М., Энтин Р.И. Превращения в железе и стали. М.: Наука, 1977. 238 с.
2. Кащенко М.П., Чащина В.Г. Основные принципы динамической теории реконструк-

тивных мартенситных превращений // *Фундаментальные проблемы современного материаловедения*. 2006. Т. 3, № 4. С. 67–70.

3. Кащенко М.П. Волновая модель роста мартенсита при  $\gamma - \alpha$  превращении в сплавах на основе железа / 2-е изд. испр. и доп. М. П. Кащенко. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2010. 280 с.

4. Кащенко М.П., Чащина В.Г. Динамическая модель сверхзвукового роста мартенситных кристаллов // *УФН*. 2011. Т. 181, № 4. С. 345–364.

5. Кащенко М.П., Чащина В.Г. Динамическая модель формирования двойникованных мартенситных кристаллов при  $\gamma - \alpha$  превращении в сплавах железа. Екатеринбург: УГЛТУ, 2009. 98 с.

6. Kashchenko M.P., Kashchenko N.M., Chashchina V.G. Dynamic options for forming transformation twins // *Materials Today: Proceedings*. 2017. V. 4, N 3. P. 4605–4610.

7. Кащенко М.П., Кащенко Н.М., Чащина В.Г. Начальное возбужденное состояние и расходимость волновых пучков как факторы реализации волнового процесса, управляющего ростом двойников превращения // *ФММ*. 2019. Т. 120, № 5. С. 457–463.

8. Kashchenko M.P., Kashchenko N.M., Chashchina V.G. The formation of martensite crystals with a degenerate structure of transformation twins // *Letters on materials*. 2018. V. 8, N 4. P. 429–434.

9. Кащенко М.П., Кащенко Н.М., Чащина В.Г. Вырожденная структура двойников превращения и оценка плотности дислокаций мартенситных кристаллов // *ФТТ*. 2019. Т. 61, № 12. С. 2274–2279.

10. Кащенко М.П., Кащенко Н.М., Чащина В.Г. Вырожденная структура двойников превращения и монокристалличность части тонкопластинчатого мартенсита, инициированного сильным магнитным полем // *Известия РАН. Механика твердого тела*. 2020. № 1. С. 9–20.

11. Кащенко М.П., Семеновых А.Г., Нефедов А.В., Кащенко Н.М., Чащина В.Г. О роли ориентационных соотношений Питча при  $\gamma - \alpha$  мартенситных превращениях // *Фундаментальные проблемы современного материаловедения*. 2022. Т. 19, № 1. С. 9–16.

12. Кащенко М.П., Чащина В.Г. Перспективные варианты инициации роста стержневидных кристаллов  $\alpha$ -мартенсита в сплавах же-

леза тремя источниками упругих волн // *Металловедение и термическая обработка металлов*. 2016. № 5. С. 9–13.

13. Кащенко М.П., Чащина В.Г. Аккомодационное мартенситное превращение в нанокристаллическом состоянии // *Фундаментальные проблемы современного материаловедения*. 2008. Т. 5, № 2. С. 40–44.

14. Кащенко М.П., Кащенко Н.М., Чащина В.Г. Динамическая модель пространственного масштабирования начального возбужденного состояния при реконструктивных мартенситных превращениях // *ФММ*. 2021. Т. 122, № 9. С. 895–901.

### Информация об авторах

*М. П. Кащенко – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей физики Уральского государственного лесотехнического университета; профессор кафедры высшей математики Института фундаментального образования Уральского федерального университета им. первого Президента России Б. Н. Ельцина.*

*А. Г. Семеновых – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Уральского государственного лесотехнического университета.*

*А. В. Нефедов – кандидат физико-математических наук, доцент кафедрой общей физики Уральского государственного лесотехнического университета.*

*Н. М. Кащенко – студент Физико-технологического института Уральского федерального университета им. первого Президента России Б. Н. Ельцина.*

*В. Г. Чащина – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики Института фундаментального образования Уральского федерального университета, профессор кафедры общей физики Уральского государственного лесотехнического университета.*

### References

1. Kurdyumov, G. V., Utevskii, L. M. & Entin, R. I. (1977). Transformations in Iron and Steel. Nauka, Moscow. P. 238. (In Russ.).

2. Kashchenko, M. P. & Chashchina, V. G. (2006). Basic principles of the dynamic theory of reconstructive martensitic transformations. *Fundamental'nye problemy sovremennogo*

*materialovedeniya (Basic Problems of Material Science (BPMS))*, 4(3), 67–70. (In Russ.).

3. Kashchenko, M. P. (2010). Wave model of martensite growth during  $\gamma - \alpha$  transformation in iron-based alloys / 2nd ed. correct and additional M. P. Kashchenko. Izhevsk: Research Center "Regular and Chaotic Dynamics", Izhevsk Institute of Computer Research. P. 280. (In Russ.).

4. Kashchenko, M. P. & Chashchina, V. G. (2011). Dynamic model of supersonic growth of martensite crystals. *UFN*, 4(181), 345–364. (In Russ.).

5. Kashchenko, M. P. & Chashchina, V. G. (2009). Dynamic model of the formation of twinned martensitic crystals during  $\gamma - \alpha$  transformations in iron alloys. Yekaterinburg: UGLTU. P. 98. (In Russ.).

6. Kashchenko, M. P., Kashchenko, N. M. & Chashchina, V. G. (2017). Dynamic options for forming transformation twins. *Materials Today: Proceedings*, 3(4), 4605–4610.

7. Kashchenko, M. P., Kashchenko, N. M. & Chashchina, V. G. (2019). Initial excited state and divergence of wave beams as factors in the implementation of the wave process that controls the growth of transformation twins. *FMM*, 5(120), 457–463. (In Russ.).

8. Kashchenko, M. P., Kashchenko, N. M. & Chashchina, V. G. (2018). The formation of martensite crystals with a degenerate structure of transformation twins. *Letters on materials*, 4(8), 429–434.

9. Kashchenko, M. P., Kashchenko, N. M. & Chashchina, V. G. (2019). Degenerate structure of transformation twins and estimation of the dislocation density of martensitic crystals. *FTT*, 12(61), 2274–2279. (In Russ.).

10. Kashchenko, M. P., Kashchenko, N. M. & Chashchina, V. G. (2020). Degenerate structure of transformation twins and single crystallinity of a part of thin lamellar martensite initiated by a strong magnetic field. *Izvestiya RAN. Mekhanika tverdogo tela*, 1, 9–20. (In Russ.).

11. Kashchenko, M. P., Semenovikh, A. G., Nefedov, A. V., Kashchenko, N. M. & Chashchina V.G. (2022). On the role of Pitch orientation relations in  $\gamma - \alpha$  martensitic transformations.

*Fundamental'nye problemy sovremennogo materialovedeniya (Basic Problems of Material Science (BPMS))*, 1(19), 9–16. (In Russ.).

12. Kashchenko, M. P. & Chashchina, V. G. (2016). Promising options for initiating the growth of rod-like crystals of  $\alpha$ -martensite in iron alloys by three sources of elastic waves. *Metallovedeniye i termicheskaya obrabotka metallov*, 5, 9–13. (In Russ.).

13. Kashchenko, M. P. & Chashchina, V. G. (2008). Accommodative martensitic transformation in the nanocrystalline state. *Fundamental'nye problemy sovremennogo materialovedeniya (Basic Problems of Material Science (BPMS))*, 2(5), 40–44. (In Russ.).

14. Kashchenko, M. P., Kashchenko, N. M. & Chashchina, V. G. (2021). Dynamic model of spatial scaling of the initial excited state during reconstructive martensitic transformations. *FMM*, 9(122), 895–901. (In Russ.).

#### **Information about the authors**

*M. P. Kashchenko – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Physics of the Ural State Forestry University; Professor of the Department of Higher Mathematics of the Ural Federal University.*

*A. G. Semenovikh – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor of the Department of Physics of the Ural State Forestry University.*

*A. V. Nefedov – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor of the Department of Physics of the Ural State Forestry University.*

*N. M. Kashchenko – Student at the Physics and Technology Institute of the Ural Federal University, Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics.*

*V. G. Chashchina – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Higher Mathematics of the Ural Federal University; Professor of the Department of Physics of the Ural State Forestry University.*

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.  
The authors declare that there is no conflict of interest.

Статья поступила в редакцию 10.01.2022; одобрена после рецензирования 24.01.2022; принята к публикации 07.02.2022.

The article was received by the editorial board on 10 Jan. 22; approved after reviewing 24 Jan. 22; accepted for publication 07 Feb. 22.